



Luís
Santos

ESTUDO DA INFLUÊNCIA DE CARACTERÍSTICAS DO DENTADO EM ENGRENAGENS





**Luís
Santos**

ESTUDO DA INFLUÊNCIA DE CARACTERÍSTICAS DO DENTADO EM ENGRENAGENS

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação científica do Prof. Doutor Francisco José Malheiro Queirós de Melo, Professor associado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro e co-orientação científica do Prof. Doutor Jorge Humberto Oliveira Seabra, Professor associado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade do Porto

o júri / the jury

presidente / president

Prof. Doutor Ricardo José Alves de Sousa

Professor associado da Universidade de Aveiro

vogais / examiners committee

Prof. Doutor Jorge Humberto Oliveira Seabra

Professor associado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade do Porto

(arguente)

Prof. Doutor Francisco José Malheiro Queirós de Melo

Professor associado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro

(orientador)

agradecimentos / acknowledgements

Manifesto os meus sinceros agradecimentos, a todos os que directa e indirectamente contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho:

À Joana e ao João, pela sua presença e esperando a sua compreensão futura.
Aos meus Pais e Avó.

Ao colega Daniel Farinha, pelo seu companheirismo nesta última etapa do curso.

Ao orientador da Tese, o Prof. Doutor Queirós de Melo, por todo o acompanhamento incansável neste período de trabalho árduo.

Ao arguente da Tese, o Prof. Doutor Jorge Seabra, pelo importante apoio dado na definição dos trabalhos e material de estudo.

À equipa responsável do Laboratório de Óptica da Faculdade de Engenharia do Porto, o Prof. Doutor Mário Vaz e o Eng. Jaime Monteiro, por toda a ajuda dada no desenvolvimento dos trabalhos aí realizados.

Ao Prof. Doutor Paulo Castro, pelo apoio dado sobre material de estudo.

Ao Prof. Doutor António Completo, pela disponibilidade e apoio dado.

Ao Eng. Pires da C.A.C.I.A., pela sua receptividade e cooperação.

Aos Srs. Gomes, Jacinto Rodrigues e Eng. Alexandre Tavares da C.A.C.I.A., pela colaboração dada no desenvolvimento dos ensaios aí realizados.

Aos que decerto me esqueço de referir, mas que de alguma forma tiveram influência positiva no desenvolvimento deste trabalho, a sua compreensão e o meu reconhecimento.

Palavras Chave

Engrenagem, Dentado, Pinhão, Roda, Hélice, Perfil, Flanco, Pressão superficial, Tensão, Método dos elementos finitos MEF, Análise estrutural, Holografia digital ESPI.

Resumo

No presente trabalho são apresentados estudos com engrenagens, realizados teoricamente com a aplicação do método dos elementos finitos MEF e experimentalmente com a aplicação da técnica de holografia digital ESPI (Electronic speckle pattern interferometry). Nestes estudos é avaliada a distribuição das tensões, assim como as deformações ocorridas nos dentes, corpos das engrenagens e veios de apoio, relacionando a influência de algumas características das engrenagens utilizadas. São também apresentados resultados de um ensaio realizado com uma caixa de velocidades, fisicamente, para a avaliação do nível de ruído em funcionamento, com engrenagens correspondentes às utilizadas nos restantes estudos e ensaios experimentais desenvolvidos.

Para a contextualização dos estudos apresentados, é feita inicialmente uma apresentação sobre as características dos dentados e engrenagens aí utilizadas e seus principais defeitos de concepção, consideradas relevantes. Neste âmbito é também feita uma abordagem global sobre as pressões superficiais e tensões na base dos dentes, que ocorrem por influência dos vários factores relacionados.

Na fase final deste documento, são apresentadas as conclusões sobre os estudos realizados, assim como propostas de trabalhos futuros, com base nos resultados e experiência adquirida.

Abstract

The project described on this document is related to gear analysis. This process involves a theoretical approach based on Finite Element Method and a practical approach based on digital holography technique (ESPI or Electronic Speckle Pattern Interferometry). The main goal is to measure stress distribution as well as strain occurring on the gears teeth, body and support shafts, relating the influence of the gears own characteristics.

Also, some noise tests have been performed on a physical working gearbox, in order to evaluate its performance. The gears that make this particular model match the ones under evaluation on this project.

Initially, so that this project's study is brought under context, relevant gears and teeth's characteristics as well as their respective handicaps are referred. Related to this matter, a global analysis is performed over surface and tooth stress, occurring due to relational factors.

In the ending section can be found a set of conclusions on this project's studies and elaboration. Also some ideas for future projects are proposed, deriving from all experience acquired.

Conteúdo

Conteúdo	i
Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	xi
1 Objectivos e enquadramento	1
2 Abordagem teórica sobre engrenagens paralelas de dentado exterior	3
2.1 Introdução	3
2.2 Índice das variáveis	3
2.3 Principais tipos de engrenagens de dentado exterior	3
2.3.1 Engrenagens paralelas ou cilíndricas	3
2.3.2 Engrenagens cónicas ou concorrentes	5
2.3.3 Engrenagens esquerdas	6
2.4 Dentes direitos e helicoidais	6
2.4.1 Dentes direitos	6
2.4.2 Dentes helicoidais	7
2.5 Construção geométrica dos perfis dos dentes das engrenagens	7
2.6 Parâmetros mais influentes na definição do dentado exterior com perfil em envolvente de círculo	8
2.6.1 Introdução	8
2.6.2 Ângulo de pressão	9
2.6.3 Módulo e passo	10
2.6.4 Ângulo da hélice primitiva	10
2.6.5 Número de dentes	11
2.7 Construção geométrica do perfil dos dentes em envolvente de círculo	12
2.7.1 Introdução	12
2.7.2 Arco de circunferência do pé	12
2.7.3 Trocói de concordância do pé	13
2.7.4 Envolvente de círculo	13
2.7.5 Arco de circunferência da cabeça	13
2.8 Definição geométrica e geração dos dentados direitos e helicoidais normalizados	13
2.8.1 Cremalheira de definição do dentado e dentado normal	13
2.8.2 Geração do dentado normalizado com perfil em envolvente de círculo .	15
2.9 Correção do dentado normalizado	15
2.9.1 Introdução	15

2.9.2	Correcções positivas e negativas dos dentados	15
2.9.3	Correcção do dentado sem variação do entre-eixo	16
2.9.4	Correcção do dentado com variação do entre-eixo	17
2.9.5	Correcção do dentado, conforme proposição ISO	19
2.9.6	Influência dos desvios sobre as características das engrenagens	20
2.10	Continuidade do engrenamento	20
2.11	Razão de condução	22
2.11.1	Sobre a razão de condução	22
2.11.2	Cálculo da razão de condução de engrenagens com dentado direito	24
2.11.3	Cálculo da razão de condução de engrenagens com dentado helicoidal	24
2.12	Zona funcional do dentado	25
2.12.1	Diâmetro activo do pé do dente	25
2.13	Contacto entre dentes engrenados	25
2.13.1	Zona de contacto entre dentes direitos	25
2.13.2	Zona de contacto entre dentes helicoidais	25
2.13.3	Geometria da zona de contacto entre os dentes engrenados	27
2.13.4	Forças resultantes do contacto entre os dentes helicoidais	29
3	Cálculo teórico da pressão superficial e tensão na raiz dos dentes	30
3.1	Introdução e índice das variáveis	30
3.2	Cálculo da pressão superficial de Hertz	30
3.2.1	Introdução	30
3.2.2	Cálculo da pressão superficial de Hertz nominal	32
3.2.3	Cálculo da pressão superficial de Hertz admissível	32
3.2.4	Curva de Wohler para a pressão superficial	38
3.2.5	Método detalhado por Henriot para cálculo da pressão superficial	38
3.3	Cálculo das tensões resultantes na raiz dos dentes	39
3.3.1	Introdução	39
3.3.2	Cálculo das tensões na raiz dos dentes, por Lewis	39
3.3.3	Cálculo da tensão admissível na raiz dos dentes, pela ISO	40
4	Principais defeitos dos dentados e tipos de controlos, de engrenagens cilíndricas de dentado exterior	45
4.1	Introdução e índice das variáveis	45
4.2	Definição dos eixos e superfícies de referência das rodas dentadas	45
4.2.1	Definição dos eixos e Superfícies de referência	45
4.2.2	Qualidade superficial das superfícies de referência	46
4.3	Denominações principais sobre a identificação das posições dos dentes	47
4.4	Erros dos perfis dos dentados	48
4.4.1	Zonas de exploração dos perfis	48
4.4.2	Erros dos perfis	49
4.5	Erros das hélices do dentado	50
4.5.1	Zonas de exploração das hélices	50
4.5.2	Erros das hélices	50
4.6	Erros da divisão do dentado	52
4.6.1	Erro composto e salto de dente, tangenciais	52
4.7	Erro da excentricidade do dentado	53

4.7.1	O falso redondo F_r	53
4.7.2	Erro composto e salto de dente, radiais	54
4.8	Desvio do entre-eixo e do paralelismo dos eixos das engrenagens	55
5	Análise estrutural de engrenagens cilíndricas de dentado exterior pelo MEF	57
5.1	Introdução	57
5.2	O Método dos Elementos Finitos MEF	58
5.3	Construção do dentado em envolvente de círculo	58
5.3.1	Construção dos perfis dos dentes	58
5.3.2	Construção dos dentes	59
5.4	Análise estrutural de dentes isoladamente	60
5.4.1	Seleção das malhas	60
5.4.2	Condições de fronteira	62
5.4.3	Distribuição das tensões nos dentes direitos	64
5.4.4	Distribuição das tensões nos dentes helicoidais	65
5.4.5	Resultados obtidos	66
5.5	Análise estrutural de rodas dentadas, isoladamente	67
5.5.1	Seleção das malhas	67
5.5.2	Condições de fronteira	67
5.5.3	Distribuição das tensões numa roda com dentado direito	68
5.5.4	Distribuição das tensões numa roda com dentado helicoidal	70
5.5.5	Resultados obtidos	71
5.6	Análise estrutural de engrenagens com dentados direitos e helicoidais	71
5.6.1	Introdução	71
5.6.2	Seleção das malhas	72
5.6.3	Ligações entre componentes	72
5.6.4	Condições de fronteira	73
5.6.5	Distribuição das tensões no conjunto pinhão e roda de dentado direito	73
5.6.6	Distribuição das tensões no conjunto pinhão e roda de dentado helicoidal	76
5.6.7	Resultados obtidos	76
5.7	Comparação dos resultados obtidos	78
5.8	Análise estrutural de engrenagens com erro de excentricidade do dentado	79
5.8.1	Análise das zonas de contacto entre os dentes, de uma engrenagem com erro da excentricidade	79
5.8.2	Distribuição das tensões numa engrenagem com o menor entre-eixo	80
5.8.3	Distribuição das tensões numa engrenagem com o maior entre-eixo	81
5.8.4	Resultados obtidos	82
5.9	Análise estrutural de uma engrenagem solicitada com valores reais	83
5.10	Análise global dos resultados obtidos	84
6	Estudos realizados com engrenagens	85
6.1	Introdução	85
6.2	Estudo experimental com aplicação da técnica de Holografia Digital	86
6.2.1	Introdução	86
6.2.2	Montagem concebida para suporte das engrenagens	86
6.2.3	Engrenagens a analisar	89
6.2.4	Momentos e forças aplicadas nas engrenagens	90

6.2.5	Cálculos teóricos dos deslocamentos ocorridos nos veios de suporte das engrenagens	92
6.2.6	Comparação dos valores das forças e deslocamentos obtidos	101
6.2.7	Apresentação teórica sobre a técnica de Holografia Digital	102
6.2.8	Descrição dos equipamentos específicos para o ensaio com técnica de Holografia Digital	103
6.2.9	Esquema e montagem dos equipamentos para aplicação da técnica de Holografia Digital	106
6.2.10	Resultados dos ensaios realizados com aplicação da técnica de Holografia Digital	109
6.2.11	Comparação dos resultados obtidos pela técnica de Holografia Digital e cálculos teóricos	127
6.3	Análise do estudo experimental com aplicação do método dos elementos finitos (MEF)	127
6.3.1	Introdução	127
6.3.2	Seleção das malhas	128
6.3.3	Ligações entre componentes	128
6.3.4	Condições de fronteira	129
6.3.5	Análise da engrenagem de primeira velocidade pelo MEF	129
6.3.6	Análise da engrenagem de segunda velocidade pelo MEF, com momento exercido no veio da roda	132
6.3.7	Análise da engrenagem de terceira velocidade pelo MEF, com momento exercido no veio da roda	133
6.3.8	Comparação dos resultados obtidos pelos cálculos teóricos, técnica de Holografia Digital e MEF	135
6.4	Análise do nível de ruído de engrenagens após montagem numa caixa de velocidades	135
6.4.1	Introdução	135
6.4.2	Descrição dos ensaios realizados	136
6.4.3	Engrenagens utilizadas no ensaio	136
6.5	Conclusões sobre os estudos realizados	138
7	Conclusões e considerações futuras	140
	Bibliografia	143
A	Tabelas do capítulo 2	147
B	Tabelas do capítulo 4	150
C	Planos do capítulo 6	153
D	ANEXOS	161
D.1	Anexos - Capítulo 2 [1]	161
D.2	Anexos - Capítulo 3	164
D.3	Anexos - Capítulo 4	166
D.4	Anexos - Capítulo 6	169

Lista de Figuras

2.1	Engrenagens cilíndricas com dentado: direito (esquerda e centro) e helicoidal (direita)	5
2.2	Engrenagens cónicas com dentado: direito (esquerda); inclinado (centro) e espiral (direita)	5
2.3	Engrenagens esquerdas com dentados: direito (esquerda); helicoidal (centro) e hipóide (direita)	6
2.4	Dente direito (esquerda) e helicoidal (direita)	7
2.5	Construções geométricas (da esquerda para direita): ciclóide; epicyclóide, hipociclóide e envolvente de círculo	8
2.6	Construção geométrica em envolvente de círculo e ângulo de pressão	9
2.7	Dentados com diferentes ângulos de pressão: 15° (esquerda); 20° (centro); 25° (direita)	10
2.8	Parâmetros dos dentados de engrenagens cilíndricas de dentado helicoidal	11
2.9	Cremalheira de referência e dentado direito normal	14
2.10	Nomenclatura das engrenagens cilíndricas de dentado exterior	14
2.11	Sequência de momentos da geração do dentado em envolvente de círculo	15
2.12	Representação esquemática da variação da linha de geração do dentado relativamente à linha de referência	16
2.13	Representação esquemática de um dente com correcção positiva e negativa do dentado	17
2.14	Representação esquemática de dentado corrigido sem variação do entre-eixo	17
2.15	Representação esquemática de dentado corrigido com variação do entre-eixo	18
2.16	Preconizações ISO sobre soma dos desvios	19
2.17	Continuidade do engrenamento - dentado direito	21
2.18	Detalhe da continuidade do engrenamento - dentado direito	21
2.19	Detalhe do engrenamento com $1 < \epsilon_\alpha < 2$ e distribuição da força na linha de condução	23
2.20	Plano de acção e linhas de contacto	26
2.21	Plano de acção e linhas de contacto - representação em modelos tridimensionais	26
2.22	Faixa de contacto entre os dentes: direitos (esquerda) e helicoidais (direita)	27
2.23	Variação da pressão de Hertz e geometria da faixa de contacto - dentes direitos	28
2.24	Representação das forças aplicadas no flanco de um dente helicoidal	29
3.1	Etapas do cálculo da pressão de Hertz admissível	33
3.2	Aplicação das forças para cálculo da tensão na base do dente, por Lewis	39
3.3	Aplicação das forças para cálculo da tensão na base do dente, proposição ISO	40

3.4	Etapas do cálculo da tensão de ruptura limite admissível	41
3.5	Posição da geratriz de contacto em relação a ϵ_β e ϵ_α	42
3.6	Espessura do dentado, com e sem efeito da protuberância na operação de talhagem	43
4.1	Eixos de referência para controlo das rodas dentadas	47
4.2	Denominações principais dos dentes (vistas de frente das faces de referência) .	48
4.3	Zonas de exploração dos perfis	49
4.4	Representação dos erros dos perfis	50
4.5	Representação das zonas de controlo e erros das hélices	51
4.6	Controlo da divisão - esquema (esquerda) e exemplo de diagrama de controlo (direita)	53
4.7	Erro da excentricidade do dentado	53
4.8	Controlo do falso redondo	54
4.9	Esquema do controlo do desvio composto radial (esquerda) e diagrama do controlo (direita)	55
4.10	Esquema do controlo do desvio do entre-eixo e do paralelismo dos eixos das engrenagens	56
5.1	Envolvente de círculo (esquerda) e perfil completo (direita)	59
5.2	Modelos dos dentes: direitos (esquerda) e helicoidais (direita)	60
5.3	Ponto de leitura e pormenor da malha tipo tetraédrica	61
5.4	Estudo da convergência da malha	61
5.5	Condições de fronteira nos dentes direitos	63
5.6	Condições de fronteira nos dentes helicoidais	63
5.7	Forças aplicadas nos diâmetros: activo do pé (esquerda) e activo da cabeça (direita) - dente direito	64
5.8	Forças aplicadas no diâmetro primitivo e representação em corte (direita) - dente direito	64
5.9	Forças aplicadas nos diâmetros: activo do pé (esquerda) e activo da cabeça (direita) - dente helicoidal	65
5.10	Forças aplicadas no diâmetro primitivo do dente (esquerda) e representação em corte (direita) - dente helicoidal	66
5.11	Tensões obtidas na raiz dos dentes - dentes isolados	67
5.12	Condições de fronteira - roda com dentado direito (esquerda) e dentado helicoidal (direita)	68
5.13	Distribuição das tensões - roda de dentado direito - forças nos diâmetros da cabeça e primitivo a) e b) e em corte c)	69
5.14	Distribuição das tensões - roda de dentado direito - forças nos diâmetros: primitivo e activo do pé a) e b) e em corte c)	69
5.15	Distribuição das tensões - roda de dentado direito - forças nos diâmetros: primitivo e activo do pé a) e b) e em corte c)	70
5.16	Tensões obtidas na raiz dos dentes - rodas isoladas	71
5.17	Ligações entre os componentes - engrenagem de dentado helicoidal	73
5.18	Condições de fronteira - engrenagem de dentado helicoidal	74
5.19	Engrenagem dentado direito - contactos nos diâmetros primitivo e da cabeça - representação normal (esquerda) e corte (direita)	75

5.20	Engrenagem dentado direito - contactos nos diâmetros do pé e primitivo - representação normal (esquerda) e corte (direita)	75
5.21	Distribuição das tensões - engrenagem dentado helicoidal - representação normal (esquerda) e em corte (direita)	77
5.22	Tensões obtidas na raiz dos dentes - conjunto pinhão e roda	77
5.23	Tensões obtidas na raiz dos dentes - dentes e rodas isoladamente e engrenagens	78
5.24	Conjunto pinhão e roda sem desvio de excentricidade - posição inicial (esquerda) e posição rodada(direita)	79
5.25	Conjunto pinhão e roda com desvio de excentricidade - posição inicial (esquerda) e posição rodada (direita)	80
5.26	Distribuição das tensões - engrenagem com menor entre-eixo - representação normal (esquerda) e em corte (direita)	81
5.27	Distribuição das tensões - engrenagem com o maior entre-eixo - representação normal (esquerda) e em corte (direita)	82
5.28	Distribuição das tensões - momento aplicado com valores reais - representação normal (esquerda) e em corte (direita)	83
6.1	Base de apoio, Fixadores e Dispositivo de apoio das rodas	87
6.2	Montagem concebida para os ensaios de holografia (modelo com e sem engrenagens)	88
6.3	Montagem concebida (imagem real)	88
6.4	Árvore dos pinhões e Carretos de 1 ^a , 2 ^a e 3 ^a velocidade - modelos tridimensionais	90
6.5	Momento aplicado ao veio de suporte da roda - modelo tridimensional e imagem real	91
6.6	Momento aplicado à árvore dos pinhões - modelo tridimensional e imagem real	91
6.7	Forças aplicadas nos dentes das engrenagens - modelo tridimensional	92
6.8	Representação da montagem com braço no veio da roda e engrenagem de 1 ^a velocidade	93
6.9	Força tangencial - pinhão de 1 ^a velocidade - esquema e diagrama de corpo livre	94
6.10	Representação da montagem com braço na árvore dos pinhões e engrenagem de 1 ^a velocidade	95
6.11	Força tangencial - roda de 1 ^a velocidade - esquema e diagrama de corpo livre	96
6.12	Representação da montagem com braço no veio da roda e engrenagem de 2 ^a velocidade	97
6.13	Força tangencial - pinhão de 2 ^a velocidade - esquema e diagrama de corpo livre	97
6.14	Representação da montagem com engrenagem de 3 ^a velocidade	98
6.15	Força tangencial - pinhão de 3 ^a velocidade - esquema e diagrama de corpo livre	99
6.16	Representação da montagem com braço na árvore dos pinhões e engrenagem de 3 ^a velocidade	100
6.17	Força tangencial - roda de 3 ^a velocidade - esquema e diagrama de corpo livre	100
6.18	Comparação das forças exercidas entre os dentes do pinhão e roda	101
6.19	Comparação dos deslocamentos ocorridos na árvore dos pinhões	102
6.20	Laser	103
6.21	Lente bicôncava e Espelho com piezoeléctrico	104
6.22	Acoplador e Divisor de Feixe	104
6.23	Câmara de vídeo CCD, Íris e Fibra óptica monomodo	105

6.24	Esquema representativo da montagem dos equipamentos para os ensaios de holografia	106
6.25	Montagem dos equipamentos para o ensaio de holografia	107
6.26	Montagem dos equipamentos com visualização da imagem da zona analisada	108
6.27	Zona a analisar no ensaio de holografia	108
6.28	Montagem com pinhão e roda de 1ª velocidade e braço no veio de suporte das rodas	110
6.29	Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 1ª velocidade (a-A)	110
6.30	3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 1ª velocidade (a-A)	111
6.31	Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 1ª velocidade (a-B)	112
6.32	3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 1ª velocidade (a-B)	112
6.33	Montagem com engrenagem de 1ª velocidade e braço aplicado na árvore dos pinhões	113
6.34	Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 1ª velocidade (b-C)	114
6.35	3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 1ª velocidade (b-C)	114
6.36	Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 1ª velocidade (b-D)	115
6.37	3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 1ª velocidade (b-D)	115
6.38	Montagem com engrenagem de 2ª velocidade e zona a analisar	116
6.39	Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 2ª velocidade (c-E)	117
6.40	3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 2ª velocidade (c-E)	117
6.41	Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 2ª velocidade (c-F)	118
6.42	3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 2ª velocidade (c-F)	119
6.43	Montagem com engrenagem de 3ª velocidade e zona a analisar na posição de referência inicial	119
6.44	Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 3ª velocidade (d-G)	120
6.45	3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 3ª velocidade (d-G)	120
6.46	Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 3ª velocidade (d-H)	121
6.47	3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 3ª velocidade (d-H)	121
6.48	Montagem com a engrenagem de 3ª velocidade com pinhão e roda descentrados axialmente	122

6.49	Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 3ª velocidade (e-I)	123
6.50	3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 3ª velocidade (e-I)	123
6.51	Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 1ª velocidade (a-J)	124
6.52	Sobreposição do mapa de deslocamentos - 1ª velocidade (a-J)	125
6.53	Montagem com engrenagem de 3ª velocidade e braço em posição diferente . .	125
6.54	Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - montagem (L)	126
6.55	3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - montagem (L)	126
6.56	Comparação dos deslocamentos obtidos pelas técnicas de holografia, e cálculos teóricos	127
6.57	Ligações entre componentes da montagem do estudo experimental	128
6.58	Condições de fronteira da montagem do estudo experimental	129
6.59	Deslocamentos obtidos com momento no veio da roda - engrenagem de 1ª velocidade (vista de cima da zona A - montagem da figura 6.28)	130
6.60	Tensões obtidas na montagem (esquerda) e raiz dos dentes (direita) - engrenagem de 1ª velocidade (zona A - montagem da figura 6.28)	130
6.61	Deslocamentos obtidos com momento na árvore dos pinhões - engrenagem de 1ª velocidade (vista de cima da zona C - montagem da figura 6.33)	131
6.62	Tensões obtidas na montagem (esquerda) e raiz dos dentes (direita) - engrenagem de 1ª velocidade (zona C - montagem da figura 6.33)	131
6.63	Deslocamentos obtidos com momento no veio da roda - engrenagem de 2ª velocidade (vista de cima da zona E - montagem da figura 6.38)	132
6.64	Tensões obtidas na montagem (esquerda) e raiz dos dentes (direita) - engrenagem de 2ª velocidade (zona E - montagem da figura 6.38)	132
6.65	Deslocamentos obtidos com momento no veio da roda - engrenagem de 3ª velocidade (vista de cima da zona G - montagem da figura 6.43)	133
6.66	Tensões obtidas na montagem (esquerda) e raiz dos dentes (direita) - engrenagem de 3ª velocidade (zona G - montagem da figura 6.43)	133
6.67	Deslocamentos obtidos com momento na árvore dos pinhões - engrenagem de 3ª velocidade (vista de cima da zona I - montagem da figura 6.48)	134
6.68	Tensões obtidas na montagem (esquerda) e raiz dos dentes (direita) - engrenagem de 3ª velocidade (zona I - montagem da figura 6.48)	134
6.69	Comparação dos deslocamentos obtidos pelas técnicas de holografia, cálculos teóricos e MEF	135
6.70	Níveis de ruído com engrenagem de segunda velocidade - em aceleração (esquerda) e desaceleração (direita)	137
6.71	Níveis de ruído com engrenagem de terceira velocidade - em aceleração (esquerda) e desaceleração (direita)	138
A.1	Características das engrenagens e geométricas do dentado normal	147
A.2	Características geométricas do dentado exterior corrigido sem variação do entre-eixo	148

A.3	Características geométricas do dentado direito e helicoidal exterior corrigido, com variação do entre-eixo	148
A.4	Características geométricas do dentado direito exterior corrigido com variação do entre-eixo	149
A.5	Características geométricas do dentado helicoidal exterior corrigido com variação do entre-eixo	149
B.1	Tolerâncias de forma e de excentricidade para as superfícies de referência e de montagem	150
B.2	Fórmulas para cálculo dos erros admissíveis dos dentados (1)	151
B.3	Fórmulas para cálculo dos erros admissíveis dos dentados (2)	152
C.1	Montagens dos ensaios de holografia	153
C.2	Veio de apoio rodas	155
C.3	Base de apoio boca de lobo	156
C.4	Apoios das rodas	157
C.5	Apoios das rodas	158
C.6	Pinça de fixação Rodas	159
C.7	Prisão de limitação dos veios	160
D.1	Tabelas das involutas (1)	161
D.2	Tabelas das involutas (2)	162
D.3	Preconizações ISO sobre soma dos desvios	163
D.4	Tabela de selecção do limite de resistência para a pressão de Hertz do material σ_{Hlim}	164
D.5	Tabela de selecção do factor de resistência do material σ_{FE} , em função dos três tipos de qualidade, baixa, média e alta	165
D.6	Controlo do perfil	166
D.7	Controlo da hélice	167
D.8	Controlo da divisão	168
D.9	Controlo do falso redondo ou batimento radial	168
D.10	Níveis de ruído com engrenagem de quarta velocidade - em aceleração (esquerda) e desaceleração (direita)	169
D.11	Níveis de ruído com engrenagem de quinta velocidade - em aceleração (esquerda) e desaceleração (direita)	169

Lista de Tabelas

2.1	Índice das variáveis - Capítulo 2 (parte 1)	4
2.2	Índice das variáveis - Capítulo 2 (parte 2)	5
3.1	Índice das variáveis - Capítulo 3	31
4.1	Índice das variáveis - Capítulo 4	46
6.1	Características dos pinhões e rodas das engrenagens analisadas	89
6.2	Índice das variáveis - Capítulo 6	93

Capítulo 1

Objectivos e enquadramento

As engrenagens têm um papel determinante na garantia do bom funcionamento dos diversificados mecanismos de transmissão de potência que equipam, no respeitante ao ruído em funcionamento, à capacidade de carga, velocidade de funcionamento, assim como à sua vida estimada em funcionamento. Entre este tipo de mecanismos, são de destacar as caixas de velocidades que equipam viaturas automóveis, particularmente as de accionamento manual, às quais é exigido o seu melhor desempenho em todos os domínios, desde a fiabilidade e segurança até aos índices de funcionalidade. Neste âmbito e sendo as engrenagens os elementos de principal e vital importância para o seu bom funcionamento, algumas das principais características dos seus dentados impõem para além de um seguimento exaustivo da sua conformidade em fabrico, a necessidade de compreender a influência das imperfeições de fabrico em funcionamento.

Tendo como vector de motivação o gosto pessoal e a própria actividade profissional do autor, desempenhando funções na fábrica C.A.C.I.A. - Renault, foi idealizado um trabalho sobre engrenagens que equipam caixas de velocidades, com o desenvolvimento de estudos e ensaios experimentais sobre a influência de defeitos de algumas das características dos dentados. Estes estudos foram desenvolvidos no âmbito do contacto efectivo entre os dentes engrenados e relativamente aos esforços transmitidos aos veios dos conjuntos pinhão e roda e respectivos apoios, sendo avaliadas as consequentes tensões e deformações resultantes.

São neste âmbito apresentados estudos de análise estrutural pelo método dos elementos finitos (MEF), com a utilização do software CATIA[®], primeiramente numa abordagem genérica apresentada no capítulo cinco, com dentes e rodas dentadas isoladamente e com engrenagens cilíndricas de dentado helicoidal exterior, em esforço, sendo aí avaliada a distribuição das tensões ocorridas nas várias zonas constituintes, tanto dos dentes como dos corpos das rodas dentadas. Numa segunda abordagem sobre este tipo de análise, são apresentados no capítulo seis, estudos correspondentes à análise de conjuntos pinhões e rodas, cujas características correspondem às engrenagens utilizadas fisicamente nos ensaios experimentais aí apresentados, sendo avaliada a distribuição das tensões e as deformações ocorridas, tanto nas rodas dentadas, assim como nas várias montagens realizadas para o seu posicionamento.

Sobre a distribuição das tensões, é avaliada nas várias zonas constituintes dos dentes e corpos das correspondentes rodas dentadas, assim como nos componentes das montagens realizadas para o seu posicionamento.

As deformações ocorridas, são avaliadas na zona de engrenamento, sendo contudo feita uma análise global dos componentes das montagens realizadas.

No capítulo seis, são apresentados estudos com a aplicação da técnica de holografia digital ESPI (Electronic speckle pattern interferometry), uma técnica ainda pouco utilizada em estudos com engrenagens, cuja permitiu a avaliação das deformações ocorridas nas várias montagens realizadas com as engrenagens engrenadas em esforço, sem contacto físico e num plano horizontal.

Na parte final deste capítulo, são apresentados ensaios experimentais realizados com engrenagens, fisicamente, sobre a análise do ruído e esforços de passagem das várias relações de transmissão, cujo pretende também dar o resultado sobre a influência em funcionamento real, das características identificadas a analisar.

No final deste trabalho, é feita a comparação dos resultados obtidos com os diferentes métodos e avaliadas as principais diferenças verificadas.

Para a contextualização necessária sobre as engrenagens utilizadas nos estudos experimentais apresentados neste trabalho, no âmbito das várias análises realizadas, é feita também uma abordagem teórica sobre as mesmas. Esta abordagem pretende fazer sobre esse tipo de engrenagens, cilíndricas de dentado exterior normalizado de perfil em envolvente de círculo, uma apresentação sucinta sobre as características mais relevantes da sua geometria e no engrenamento, sobre o cálculo das pressões superficiais e tensões na base dos dentes, assim como sobre os principais defeitos de concepção e seu controlo. Relativamente aos defeitos, são abordados os mais representativos e as principais causas, assim como alguns dos tipos de controlos dos mesmos.

No âmbito geral deste trabalho, é pretendido contribuir para o contínuo estudo sobre a influência das características dos dentados no funcionamento das engrenagens, tanto no domínio do estudo da distribuição das tensões nos dentes e corpos das rodas dentadas e elementos de apoio, assim como das deformações que ocorrem nos vários componentes destes mecanismos, utilizando vários métodos de análise.

Capítulo 2

Abordagem teórica sobre engrenagens paralelas de dentado exterior

2.1 Introdução

No universo das engrenagens, são imensos os campos possíveis de estudar teoricamente, sobre as definições geométricas, parâmetros e características influentes no seu funcionamento, assim como na análise de falhas e melhorias futuras em função das múltiplas solicitações concretas.

No presente capítulo, é feita a abordagem teórica relativa ao estudo das engrenagens cilíndricas de dentado exterior, com dentes normalizados, direitos e helicoidais em envolvente de círculo, utilizadas nos estudos apresentados nos capítulos cinco e seis deste trabalho, sobre análises estruturais, análises de deformações realizadas com base na aplicação da técnica de holografia digital ESPI e análises do nível de ruído. Abordagem que compreende o estudo das principais características destes dentados e parâmetros de funcionamento, relevantes para a melhor compreensão do desenvolvimento dos estudos referidos.

2.2 Índice das variáveis

Os Símbolos utilizados no presente capítulo são apresentados nas tabelas 2.1 e 2.2.

2.3 Principais tipos de engrenagens de dentado exterior

2.3.1 Engrenagens paralelas ou cilíndricas

As engrenagens paralelas ou cilíndricas, caracterizadas pela posição paralela entre os seus eixos e forma cilíndrica da parte exterior dos pinhões e rodas constituintes, são aplicadas funcionalmente com um ou mais andares de transmissão, sendo conseguido por cada um, um rendimento médio de 98 % e razões de transmissão até valores de 10 : 1, podendo assim ser atingido nos mecanismos valores até 300 : 1, ou ainda casos limite. Sobre as engrenagens aplicadas em caixas de velocidades, como exemplo das estudadas nos ensaios experimentais deste trabalho, são aplicadas até dois andares, apresentando então valores mais baixos como

α - Ângulo de pressão α' - Ângulo de pressão de funcionamento α_n - Ângulo de pressão normal α_t - Ângulo de pressão aparente α_M - Ângulo de pressão no ponto M (da envolvente) $Inv\alpha_M$ - Involuta do ângulo de pressão no ponto M α_0 - Ângulo de pressão da ferramenta de geração do dentado β - Ângulo da hélice β_b - Ângulo da hélice de base β' - Ângulo da hélice de funcionamento b - Largura do dente p - Passo p_n - Passo normal p_t - Passo aparente p_b - Passo de base p_{bn} - Passo de base normal p_{bt} - Passo de base aparente p_x - Passo axial m - Módulo m_n - Módulo normal m_0 - Módulo da ferramenta de geração do dentado m_t - Módulo aparente m'_t - Módulo aparente de funcionamento r_M - Raio do ponto M da envolvente r/r_p - Raio primitivo F_{nu} Força normal unitária aos dentes a - Entre-eixo normal a' - Entre-eixo de funcionamento $_1$ - Indica a referência ao pinhão $_2$ - Indica a referência à roda σ_c - Tensão de corte	h - Altura do dente h_{ap} - Altura da cabeça do dente (addendum) h_{fp} - Altura do pé do dente ν - Desvio da correcção do dentado x - Coeficiente de desvio da correcção do dentado K - Factor de alteração do addendum g_f - Espaço de aproximação do engrenamento g_a - Espaço do fim do engrenamento g_α - Comprimento da linha de acção ε_α - Razão de condução normal g_t - Arco correspondente da razão de condução normal g_β - Arco correspondente da razão de condução complementar ε_β - Razão de condução complementar, associada ao dentado helicoidal ε_γ - Razão de condução total, associada ao dentado helicoidal δ - Ângulo da faixa de contacto entre os dentes, em relação à hélice primitiva $"a"$ - Largura da faixa de contacto ρ_1 - Raio conjugado da curva de envolvente, com centro no ponto T_1 ρ_2 - Raio conjugado da curva de envolvente, r'/r'_p - Raio primitivo de funcionamento d/d_p - Diâmetro primitivo r_b - Raio de base r_a - Raio da cabeça r_f - Raio do fundo do dente s_n - Espaço normal entre os dentes
---	--

Tabela 2.1: Índice das variáveis - Capítulo 2 (parte 1)

s_t - Espaço aparente entre os dentes	F_n - Força normal aos flancos dos dentes
e_n - Espessura normal entre os dentes	F_{bn} - Força normal total aos flancos dos dentes
e_t - Espessura aparente entre os dentes	Z_v - Número de dentes virtuais
Z - Número de dentes	F_r - Força radial
F_t - Força tangencial	P - Potência
F_x - Força axial	v_t - Velocidade tangencial
S_c - Profundidade da tensão de corte	

Tabela 2.2: Índice das variáveis - Capítulo 2 (parte 2)

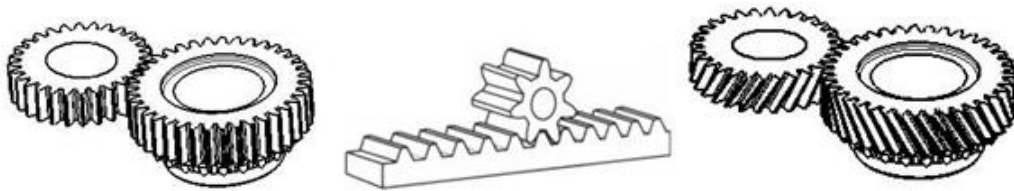


Figura 2.1: Engrenagens cilíndricas com dentado: direito (esquerda e centro) e helicoidal (direita)

1 : 1,5 ou 5 : 1. Relativamente à capacidade de transmissão de potência, este tipo de engrenagens permitem valores até 22000 kW , com capacidades de velocidades tangenciais até 200 m/s no diâmetro primitivo de funcionamento. São apresentados na figura 2.1, alguns modelos destas engrenagens. [1][2][3][6][10][12][32].

2.3.2 Engrenagens cónicas ou concorrentes

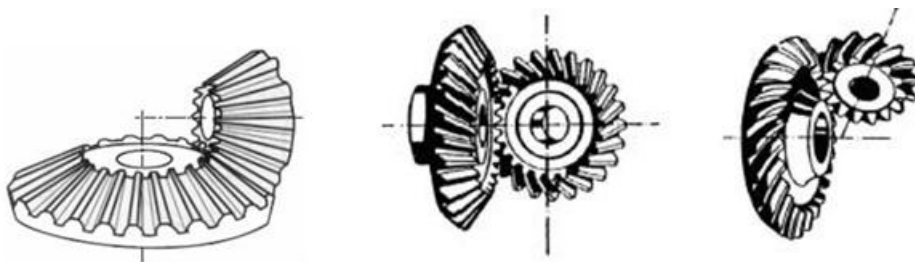


Figura 2.2: Engrenagens cónicas com dentado: direito (esquerda); inclinado (centro) e espiral (direita)

As engrenagens cónicas apresentam os seus eixos concorrentes entre si, com uma forma exterior cónica. Estas engrenagens com dentado direito e inclinado, permitem razões de transmissão até valores de 8 : 1, assim como a transmissão de potências até 740 kW , com

capacidade de velocidades tangenciais até 150 m/s no diâmetro primitivo de funcionamento. Com dentado espiral, estas engrenagens permitem o aumento de capacidade de carga até 3700 kW , com a vantagem acrescida da redução do ruído. O seu rendimento, é idêntico ao obtido com as engrenagens cilíndricas, com um valor médio de 98% [1][2][3][6][10][12][32].

2.3.3 Engrenagens esquerdas

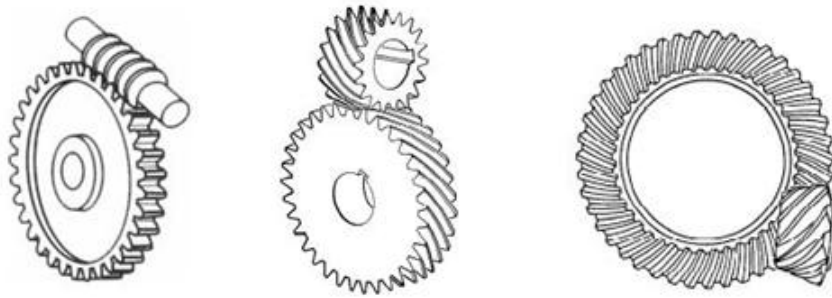


Figura 2.3: Engrenagens esquerdas com dentados: direito (esquerda); helicoidal (centro) e hipóide (direita)

As engrenagens esquerdas são caracterizadas por terem eixos não complanares entre si, sendo a sua forma exterior cilíndrica ou cônica, conforme exemplos apresentados na figura 2.3. Possibilitam serem conseguidas razões de transmissão com gamas muito diferentes, das atingidas com as engrenagens cilíndricas e cónicas, sendo normalmente atingidos rendimentos até o valor de 95% , para os vários tipos de dentes.

Para aplicações com dentados direitos e helicoidais, com parafuso sem-fim de dentado correspondente, é possível obter valores de relações de transmissão entre $10 : 1$ e $100 : 1$, permitindo valores de potências transmitidas até 750 kW e velocidades tangenciais até 70 m/s , no diâmetro primitivo de funcionamento. No caso de aplicações com pinhões e rodas de dentados helicoidais, é possível atingir uma relação de transmissão inferior, entre $5 : 1$ e $100 : 1$. As potências transmitidas são nestes casos muito baixas, com valores até 75 kW e velocidades tangenciais até 50 m/s , no diâmetro primitivo de funcionamento.

Em aplicações com dentados hipóides, as relações de transmissão atingidas apresentam valores entre $10 : 1$ e $100 : 1$. As potências possíveis de transmitir podem atingir 740 kW , com velocidades tangenciais até 75 m/s , no diâmetro primitivo de funcionamento [1] [2][3][6][10][12][32].

2.4 Dentes direitos e helicoidais

2.4.1 Dentes direitos

Os dentes direitos são caracterizados pela posição paralela da tangente à hélice primitiva relativamente ao eixo da respectiva roda dentada, conforme apresentado na figura 2.4. A sua utilização nos vários tipos de engrenagens é adoptada para aplicações de baixas velocidades, proporcionando solicitações nos eixos apenas radialmente.

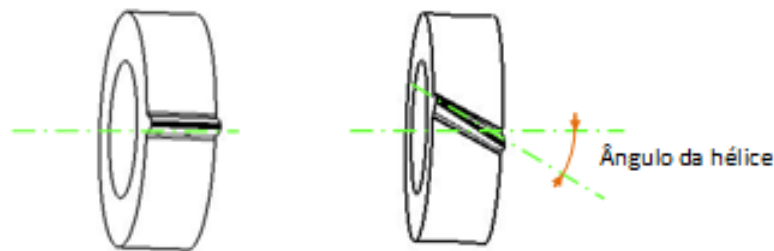


Figura 2.4: Dente direito (esquerda) e helicoidal (direita)

Sobre a sua concepção e produção, os respectivos processos são de maior simplicidade comparativamente aos aplicados para os restantes tipos de dentados, sendo assim um tipo de dentado escolhido em projecto, sempre que possível a sua aplicação.

2.4.2 Dentes helicoidais

Os dentes helicoidais são caracterizados pela posição da tangente à sua hélice primitiva ter uma inclinação relativamente ao eixo da respectiva roda dentada, conforme apresentado na figura 2.4. As engrenagens cilíndricas com este tipo de dentado, são aplicadas em solicitações de elevadas velocidades, assim como potências a transmitir que poderão atingir valores de 45000 kW [1][2][3][6][10][12][32].

As vantagens importantes de salientar na sua utilização, comparativamente aos restantes tipos, são a maior durabilidade e o menor ruído em funcionamento.

2.5 Construção geométrica dos perfis dos dentes das engrenagens

As construções geométricas utilizadas para a definição dos perfis dos dentes das engrenagens, com os melhores resultados práticos são: a epiciclóide e a hipociclóide (também periciclóide) com base na curva ciclóide e em envolvente de ciclo, apresentadas na figura 2.5.

As epiciclóides são baseadas nas curvas descritas por um ponto de uma circunferência que rola sobre outra circunferência externa e interna, sem deslizar. A envolvente de círculo é baseada na trajectória de um ponto de uma tangente a um círculo que rola sem deslizar sobre esse círculo [1][3][6] [10][12].

Num enquadramento cronológico, as curvas epiciclóides e a sua aplicação na construção dos perfis dos dentados em engrenagens, foram estudadas ainda entre os séculos *XV* e *XVII*, sendo a envolvente de círculo, estudada já posteriormente a este período, com as determinantes recomendações de Ph. de la Hire e Leonhard Euler.

Embora sendo as primeiras construções referidas, as mais exactas relativamente á envolvente de círculo, garantindo que as respectivas engrenagens apresentam melhores desempenhos no respeitante ao desgaste e pressão nos flancos, atrito entre os dentes e número mínimo de dentes para ser evitada a interferência de corte na sua base, é a construção em envolvente de círculo a amplamente utilizada desde o seu estudo inicial até aos nossos dias.

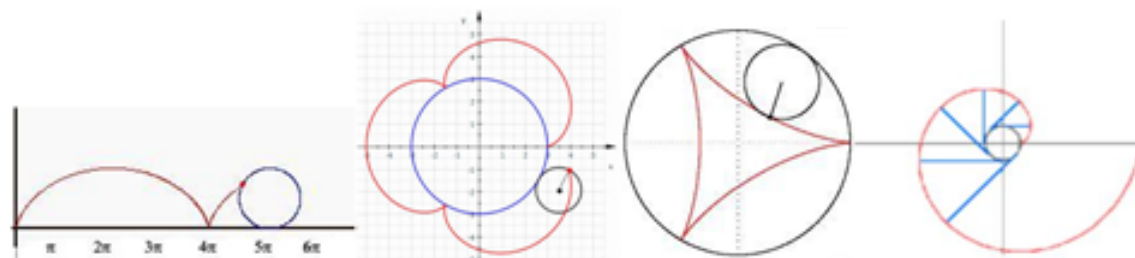


Figura 2.5: Construções geométricas (da esquerda para direita): ciclóide; epiciclóide, hipociclóide e envolvente de círculo

A construção em envolvente de círculo, tem relativamente às restantes muitas vantagens que condicionaram o uso generalizado nas variadas aplicações industriais, até à actualidade. São apresentadas a seguir as principais vantagens destes perfis dos dentes [1][3][6]:

- a) Possibilidade da variação do entre-eixo, em determinados intervalos de tolerância, sem serem afectadas as características de funcionamento das engrenagens.
- b) Possibilidade da transmissão de forças entre pinhão e roda com uma direcção de acção constante ao longo do contacto entre os pares dos dentes em contacto, em função da linha de acção ser uma recta com um ângulo de pressão de funcionamento constante.
- c) A utilização de ferramentas de corte simples e normalizadas com flancos de perfil recto, para a maquinação por um processo de geração, possibilitando que para um mesmo módulo, uma mesma ferramenta possa maquinar com elevada precisão pinhões e rodas dentadas de diferentes números de dentes.
- d) A utilização de ferramentas de corte simples e normalizadas, para a maquinação de pinhões e rodas dentadas com dentado corrigido.

2.6 Parâmetros mais influentes na definição do dentado exterior com perfil em envolvente de círculo

2.6.1 Introdução

Principalmente durante o passado século XX, foram desenvolvidos os mais importantes sistemas de normalização (ISO, DIN, AGMA, AFNOR) entre outros, no âmbito das engrenagens com perfis em envolvente de círculo, proporcionando a garantia da concepção conforme destas engrenagens, relativamente aos seus processos de fabrico, assim como a sua fiabilidade em funcionamento.

Para tal, foram inúmeros os estudos validados e experiência adquirida no âmbito da compreensão do funcionamento deste tipo de engrenagens, cujos revelam a importância e necessidade da boa compreensão dos vários parâmetros associados à sua construção geométrica. Neste âmbito, são apresentados os parâmetros de importância fulcral na definição destes perfis, assim como na caracterização global dos dentados das engrenagens de dentado exterior direito e helicoidal normalizado.

2.6.2 Ângulo de pressão

Neste tipo de perfil, o ângulo de pressão num determinado ponto da envolvente de círculo, corresponde ao ângulo agudo definido pelo plano aí tangente e o raio vector a esse ponto, este por sua vez normal ao raio de base do dente. O ângulo de pressão normal de referência é definido para o ponto de intersecção referido, posicionado no raio primitivo da engrenagem. Na figura 2.6 é detalhada a representação clássica do ângulo de pressão relativamente a um ponto do perfil em envolvente¹, sendo obtido o seu valor pelas expressões (a), (b) e (c) -(2.1) para os dentes direitos e por (2.2) para os helicoidais [1][6][12].

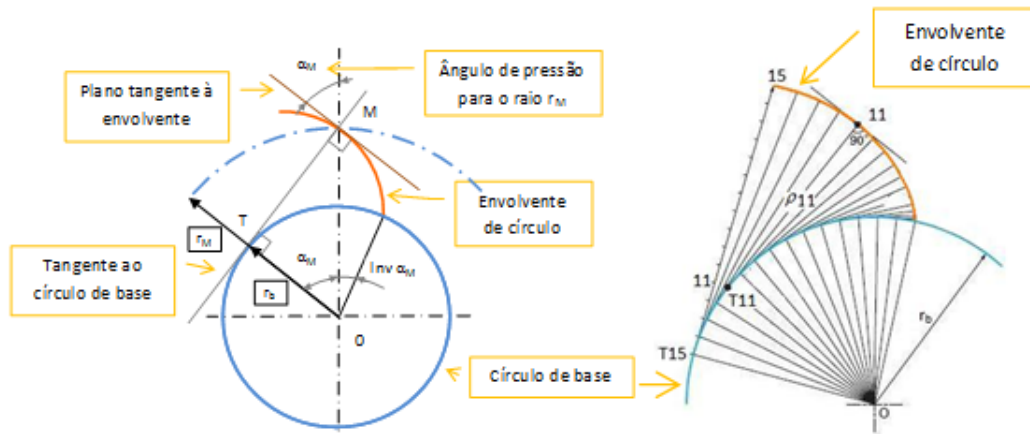


Figura 2.6: Construção geométrica em envolvente de círculo e ângulo de pressão

$$(a) \cos \alpha = r_b \div r; (b) \cos \alpha_M = r_b \div r_M; (c) \operatorname{inv} \alpha = \tan \alpha - \alpha \quad (2.1)$$

$$\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \times \cos \beta \quad (2.2)$$

Relativamente à influência deste ângulo no funcionamento deste tipo de engrenagens, de uma forma genérica, permite alterar as condições de engrenamento relativamente à força radial² entre os dentes em contacto, à pressão superficial³ nos flancos nos dentes e à razão de condução aparente⁴. Nestes casos, a força radial varia directamente proporcional a este ângulo, tendo a pressão superficial e a razão de condução uma variação inversa [1][3][6][10][12][32].

Sobre o ângulo de pressão normal, os valores mais aplicados ao nível industrial são: $\alpha_n = 15^\circ$; $17,5^\circ$; 20° ; $22,5^\circ$ e 25° . Contudo, este ângulo com 20° foi indicado a aplicar na generalidade das engrenagens cilíndricas de mecânica geral e pesada, tanto pela normalização nacional da maior parte dos países e internacional [6].

Os ângulos de pressão de maior valor, $\alpha_n = 22,5^\circ$ e 25° , utilizam-se somente para tensões de contacto muito elevadas, portanto para transmissões de elevadas potências, sendo os valores mais baixos, com $\alpha_n = 15^\circ$, utilizados em transmissões que requeiram muita exactidão

¹Consultar as designações das variáveis na alínea 2.2

²Consultar a alínea 2.2

³Consultar a alínea 3.1 do capítulo 3

⁴Consultar a alínea 2.2

cinemática, normalmente na indústria gráfica. Quando o elemento principal a ter em conta é o silêncio no funcionamento das engrenagens, são utilizados os dentes com $\alpha_n = 17,5^\circ$, denominando-se estes geralmente por dentes altos [1][3][6].

De referir, no enquadramento dos ensaios experimentais apresentados no capítulo 6 do presente trabalho, que as engrenagens utilizadas cuja aplicação funcional é em caixas de velocidades, têm também $\alpha_n = 20^\circ$, embora existam casos não apresentados neste trabalho com $\alpha_n < 20^\circ$ [1][3][6].

Na figura 2.7 são apresentados três tipos de perfis em modelos tridimensionais, com os ângulos de $\alpha_n = 15^\circ, 20^\circ$ e 25° , permitindo visualizar as diferenças resultantes. De ter em conta nestas representações geométricas, a necessária diferenciação com a representação dos dentes corrigidos, pela influência de diferentes parâmetros⁵.



Figura 2.7: Dentados com diferentes ângulos de pressão: 15° (esquerda); 20° (centro); 25° (direita)

2.6.3 Módulo e passo

O módulo (m_n) é traduzido pela divisão do diâmetro primitivo do pinhão ou roda pelo respectivo número de dentes, sendo o seu valor obtido através das expressões que relacionam o seu valor com o passo, apresentadas em (2.3). Relativamente à sua dimensão nas várias aplicações, a norma *ISO54–1977* definiu os valores dos módulos normais para as engrenagens de mecânica geral e pesada com $1 < m_n \leq 50$, sendo os valores alargados para o campo $1 < m_n \leq 70$, pela norma *DIN780 – 1 – 1977*, para engrenagens de engenharia de precisão e veículos automóveis. Para engrenagens de mecânica em geral é adoptado $1 < m_n \leq 20$.

$$m_n = p \div \pi = d_p \div Z \quad (2.3)$$

O passo normal (p) representa o comprimento do arco do círculo primitivo entre dois flancos consecutivos do mesmo lado dos dentes, sendo medido numa secção normal aos mesmos e cujo valor obtido através das expressões apresentadas em (2.4) [1][3][7][12].

$$p = (\pi \times d_p) \div Z = \pi \times m \quad (2.4)$$

2.6.4 Ângulo da hélice primitiva

O ângulo da hélice (β) é definido pela posição da tangente à hélice primitiva do dente e o eixo deste, apresentando normalmente valores entre $0 < \beta \leq 45^\circ$. Os dentados com valores de

⁵Consultar a alínea 2.9

$\beta \leq 15^\circ$, são aplicados apenas em engrenagens simples, sendo os valores de $\beta \geq 30^\circ$, aplicados em engrenagens com dentados em espinha [1][7][12].

O valor deste ângulo tem acção directa no ruído de funcionamento e capacidade de carga, com variação inversa e directa, respectivamente.

Os parâmetros dos dentados de engrenagens cilíndricas de dentado exterior, apresentados na figura 2.8, são definidos pelas expressões relativas aos passos: normal, axial e de base aparente, em: (a)-(2.5), (b)-(2.5) e (c)-(2.5), respectivamente; relativas ao passo de base normal em (2.6) e sobre o módulo, espessura e intervalo, em (a)-(2.7), (b)-(2.7) e (c)-(2.7), respectivamente [1][7][12]:

$$(a) P_n = P_t \times \cos\beta; (b) p_x = p_t \div \tan\beta = b \div (p_{bt} \times \tan\beta_b); (c) p_{bt} = p_t \times \cos\alpha_t \quad (2.5)$$

$$p_{bn} = p_n \times \cos\alpha_n = p_t \times \cos\beta \times \cos\alpha_n = p_t \times \cos\alpha_t \times \cos\beta_b \quad (2.6)$$

$$(a) m = m_t \times \cos\beta; (b) S_n = S_t \times \cos\beta; (c) e_n = e_t \times \cos\beta \quad (2.7)$$

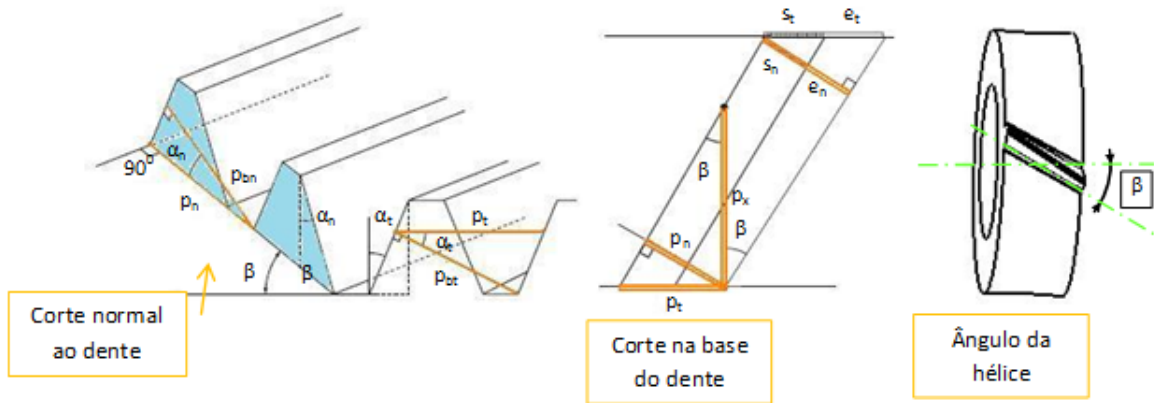


Figura 2.8: Parâmetros dos dentados de engrenagens cilíndricas de dentado helicoidal

2.6.5 Número de dentes

A boa definição do número mínimo de dentes Z é de grande importância para o bom funcionamento das engrenagens cilíndricas de dentado direito e helicoidal, tendo em atenção particular as possíveis interferências entre os dentes. Sobre os dentados direitos, as recomendações ISO são para as engrenagens de mecânica geral e pesada de $Z_1 \geq 7$ e $Z_1 \geq 5$ para mecânica de precisão; ainda que para estes valores esteja presente a possibilidade de interferência nas zonas dos pés dos dentes [1][3][7][12].

Relativamente aos dentados helicoidais é de realçar a atenção sobre o número mínimo de dentes virtuais a considerar para o pinhão e roda independentemente e em conjunto, tendo como referencia o ângulo de pressão $\alpha_n = 20^\circ$ e segundo o relatório *ISO/TR4467-1982* [8]. Os

dentes virtuais traduzem o número de dentes direitos que o maior diâmetro da secção elíptica normal à hélice primitiva pode comportar, sendo os valores desta característica, definidos individualmente ao pinhão ou roda pela expressão (2.8), sendo imperativo $Z_v \geq 6$ e para o conjunto: $\sum Z_v \geq 24$.

$$Z_{vi} = Z_i \div \cos^3 \beta \quad (2.8)$$

Para estes dentados, o número mínimo para o pinhão é definido pela expressão (2.9), sendo aconselhado para os pinhões $Z_1 = 12$, quando engrenados com rodas de $Z_2 \geq 23$ [1] [3][7][8]:

$$Z_1 = (2 \times \cos \beta) \div \sin^2 \alpha_t \quad (2.9)$$

No limite da interferência, a definição do número mínimo de dentes do pinhão é de grande importância de conhecimento, sendo para o dentado direito definido pela expressão (2.10).

$$Z_1 = -Z_2 + \sqrt{Z_2^2 + 4 \times (Z_2 + 1 \div \sin^2 \alpha)} \quad (2.10)$$

No engrenamento entre o pinhão e a cremalheira de geração de dentados normais, de forma a evitar a interferência nesta operação, é definido um número limite mínimo de dentes, pelas expressões (a)-(2.11) e (b)-(2.11), para os dentados direitos e helicoidais, respectivamente. Para valores abaixo desse número, é necessário aplicar correcções do dentado⁶ [1][3][7][8].

$$(a) \ Z_1 = 2 \div \sin^2 \alpha; \ (b) \ Z_1 = 2 \times \cos \beta \div \sin^2 \alpha_t \quad (2.11)$$

2.7 Construção geométrica do perfil dos dentes em envolvente de círculo

2.7.1 Introdução

Após conhecidos os parâmetros de definição dos dentados, é possível realizar a construção dos perfis pelo método pretendido. A construção em envolvente de círculo é subdividida em quatro zonas constitutivas: o arco de círculo do pé, a curva de concordância do círculo do pé, a envolvente do perfil, que define a parte funcional do flanco do dente e o arco de círculo da cabeça [1][2][5][10][11][12].

2.7.2 Arco de circunferência do pé

Este arco define o limite inferior do dente (pé do dente), sendo a sua geração obtida pelo topo dos dentes da ferramenta de corte (cremalheira de geração do dentado), no seu movimento de trabalho, em que rola sem escorregar com a roda dentada, nos diâmetros primitivos. Para análise em detalhe desta construção geométrica e cálculo teórico, é recomendada a consulta da bibliografia indicada [1][5][6].

⁶Consultar a alínea 2.9

2.7.3 Trocóide de concordância do pé

Esta zona define a curvatura de concordância entre o arco de circunferência do pé dos dentes com a envolvente de círculo.

A sua geração é realizada pela concordância da cabeça do dente da cremalheira de geração, através das suas sucessivas posições conseguidas durante o movimento de corte. A projecção da concordância da cabeça do dente da cremalheira num plano transversal, resulta numa forma elíptica. Em resumo, esta curvatura gerada é obtida pela envolvente das várias posições tomadas pelo correspondente arco de elipse da cabeça, durante o movimento de corte.

Para os casos correntes, o valor adoptado para esta zona do perfil dos dentes, é $0,38 \times m_0$.

A sua construção geométrica e cálculo teórico, requerem contudo estudos extensos não apresentados nesta alínea, sendo recomendada a consulta da bibliografia indicada para análise em detalhe sobre este tema [1][5][6].

2.7.4 Envolvente de círculo

A envolvente de círculo define o perfil activo do flanco do dente, entre a trocóide de concordância do pé e o arco de círculo do diâmetro da cabeça. A sua construção é realizada com base na utilização de fórmulas cartesianas, apresentadas em (2.12) [1][5][6].

$$\begin{cases} x(t) = K [\cos(t) + t \times \sin(t)] \\ y(t) = K [\sin(t) - t \times \cos(t)] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = r_b [\cos(t) + t \times \sin(t)] \\ y(t) = r_b [\sin(t) - t \times \cos(t)] \end{cases} \quad (2.12)$$

t - Variável para a definição dos pontos da construção da envolvente.

$r_b \times \cos(t)$ - Permite a rotação conforme a envolvente.

$r_b \times t \times \sin(t)$ - Proporciona a evolução da envolvente.

$r_b \times t$ - Define a curva da envolvente.

2.7.5 Arco de circunferência da cabeça

Este arco define o limite superior do dente, sendo a sua geração obtida por dois métodos: pela cremalheira de geração do dentado ou por maquinaria prévia a esta operação, adquirindo estas zonas dos dentes as designações “toping” ou “semi-toping”, respectivamente.

2.8 Definição geométrica e geração dos dentados direitos e helicoidais normalizados

2.8.1 Cremalheira de definição do dentado e dentado normal

Os dentados denominam-se normalizados quando definidos por uma cremalheira de geração do dentado normalizada de referência, conforme apresentada na figura 2.9, neste exemplo com o elemento de referência: $m_0 = m_n$ [1].

Em geral, estas cremalheiras de referência compreendem valores de $1 < m < 20$, sendo os flancos dos seus dentes rectilíneos, com altura $h = 2,25 \times m$, altura da cabeça $h_{ap} = m$ e concordância do diâmetro do pé em geral com valores entre $0,4 \times m$ e $0,45 \times m$, conforme possibilitado pelas condições de engrenamento.

Quando é mantido o entre-eixo normal entre a cremalheira de geração do dentado e a peça a executar, ficando assim coincidentes as linhas de referência e de geração do dentado durante a execução dos dentes, estes são considerados normais, adquirindo as dimensões dessa cremalheira na sua linha primitiva de geração. Desta forma, os dentes adquirem assim no seu círculo primitivo de referência os valores de espessura e intervalo entre si, apresentados em (2.13), neste caso para os dentes direitos, assim como obtido o entre-eixo normal, apresentado em (2.14) [1][2][3][5][10][11][12].

$$s = e = (\pi \times m) \div 2 \quad (2.13)$$

$$a = m_0 \times (Z_1 + Z_2) \div 2 \quad (2.14)$$

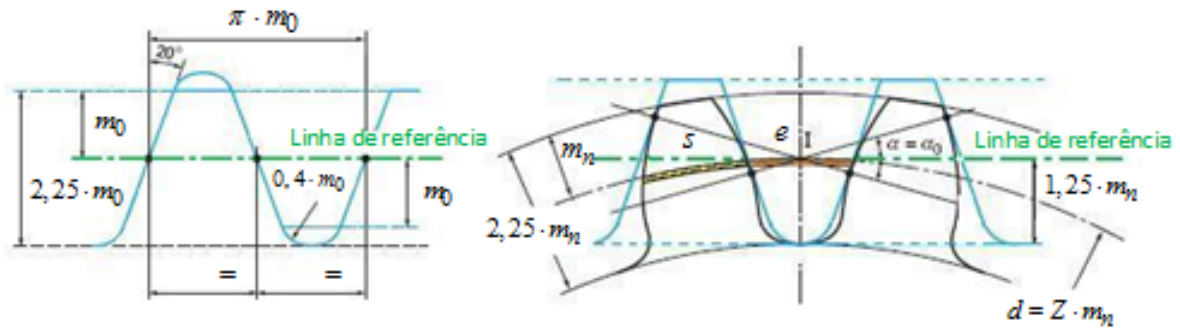


Figura 2.9: Cremalheira de referência e dentado direito normal

Na figura 2.10, são apresentadas as definições das zonas fundamentais a conhecer sobre os dentes normalizados, e entre-eixo normal [1].

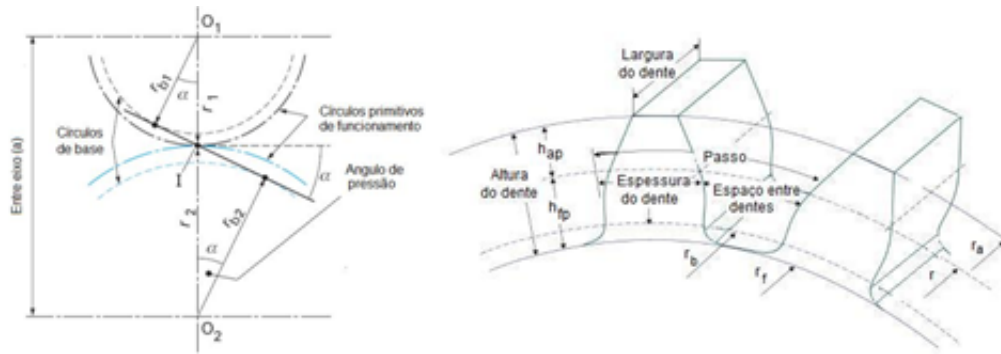


Figura 2.10: Nomenclatura das engrenagens cilíndricas de dentado exterior

O dentado helicoidal normal difere nos valores da espessura e intervalo entre os dentes, assim como relativamente a outras características. Para o completo conhecimento de todas as relações de cálculo sobre os dentes normalizados, é proposto a consulta das obras [1][3][4][11][12].

Na tabela apresentada na figura A.1 do apêndice A, são apresentadas as fórmulas das principais características dos dentados normais exteriores, direitos e helicoidais [1][6][11].

2.8.2 Geração do dentado normalizado com perfil em envolvente de círculo

A geração do dentado de rodas cilíndricas com dentado em envolvente de círculo, pode ser obtida principalmente pelas ferramentas: ferramenta-cremalheira, fresa mãe ou ferramenta-pinhão. A ferramenta-cremalheira normalizada de geração do dentado, tem a geometria da cremalheira de referência normalizada, sendo recorrente utilizar a sua representação, para a exemplificação da operação de geração do dentado normalizado em envolvente de círculo. É também designada comumente apenas de cremalheira de geração do dentado.

A execução destes dentes é conseguida com os movimentos desta cremalheira, paralela ou obliquamente ao eixo da roda correspondente, conforme o tipo de dentes direitos ou helicoidais a obter, respectivamente.

Na figura 2.11 é apresentado a exemplificação desta operação nas fases iniciais da execução do dentado, sendo condição necessária, que a linha primitiva de geração da cremalheira e círculo primitivo de referência da peça, rolem sem escorregar entre si [1][4][6][12]

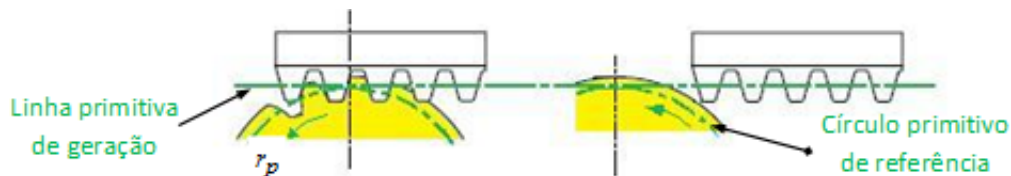


Figura 2.11: Sequência de momentos da geração do dentado em envolvente de círculo

2.9 Correção do dentado normalizado

2.9.1 Introdução

Dado as engrenagens utilizadas nos ensaios experimentais no capítulo 6 terem correção do dentado, é apresentada nesta alínea uma breve abordagem sobre os vários tipos de correções possíveis de aplicar.

As correções dos dentados, são implementadas de forma a serem melhoradas as características do engrenamento ou compensar diferenças dos valores dos entre-eixos das engrenagens, por motivos de maquinação ou montagem. Estas correções são definidas em função do tipo de aplicação funcional da engrenagem em particular, de forma a responderem às propriedades principais do funcionamento das engrenagens, como a velocidade, silêncio ou resistência à ruptura dos dentes das peças, entre outras.

Nas alíneas seguintes, são apresentadas as noções gerais sobre as correções dos dentados normalizados exteriores e as correspondentes expressões de cálculo necessárias [1][4] [8][10][12].

2.9.2 Correções positivas e negativas dos dentados

Contrariamente ao dentado normal, que compreende a utilização do entre-eixo normal entre a cremalheira de geração do dentado e a peça a obter, as correções do dentado são

obtidas variando este valor. Com a sua diminuição ou aumento, é provocado o deslocamento correspondente entre a linha de referência da cremalheira de geração do dentado e a linha primitiva da talhagem, proporcionando uma correcção positiva ou negativa, respectivamente.

Este deslocamento é designado por “desvio ou correcção” ν , sendo o quociente do seu valor pelo módulo da cremalheira de geração, designado por “coeficiente de desvio” (2.15), representado este por x_1 ou x_2 , conforme associado ao pinhão ou à roda, respectivamente.

$$x = \nu \div m_0 \quad (2.15)$$

Neste tipo de correcções, os dentados adquirem no seu círculo primitivo de referência uma diferença entre a espessura e o intervalo entre os dentes $s \neq e$.

Sobre o dentado normalizado, é assim possível obter com uma única cremalheira de geração do dentado, vários tipos de correcções do dentado, simplificando este processo.

Fazendo uma análise num plano normal ao eixo da roda, são apresentados na figura 2.12 os esquemas da geração do dentado, normal e com correcções positivas e negativas, sendo possível verificar para cada situação, a posição tomada da linha de referência relativamente à linha de geração, em função dos desvios aplicados, sendo obtidos os valores da espessura e intervalo entre os dentes, $s > e \wedge s < e$ pela expressão (2.16), com: $x(+)$ e $x(-)$, respectivamente. [1][4][8][10][12].

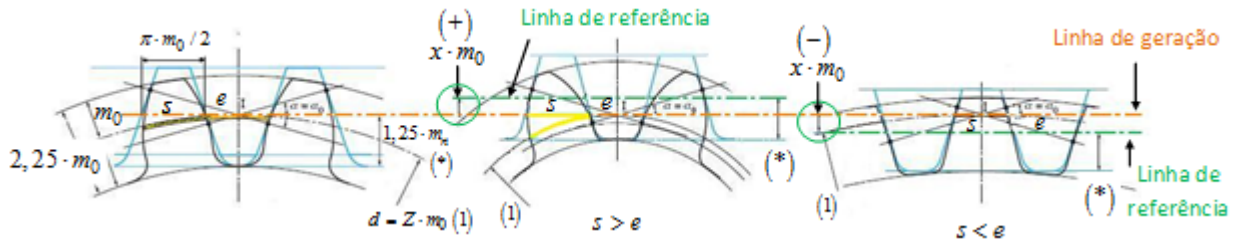


Figura 2.12: Representação esquemática da variação da linha de geração do dentado relativamente à linha de referência

$$s = m_0 \times (\pi \div 2 + 2 \times x \times \tan \alpha_0) \quad (2.16)$$

Na figura 2.13 é representada esquematicamente a variação da forma dos perfis obtidos após aplicação das correcções dos dentados, positivas $x(+)$ e negativas $x(-)$, comparativamente a um perfil do dente normal de referência [1].

Na tabela apresentada na figura A.2 do apêndice A são apresentadas as fórmulas necessárias para os cálculos dimensionais das características dos dentes que são alteradas [1][8].

2.9.3 Correcção do dentado sem variação do entre-eixo

Quando aplicadas correcções do dentado sem variação do entre-eixo da engrenagem $a = a'$, os círculos primitivos de funcionamento e de referência são coincidentes, apresentando os ângulos de pressão de funcionamento e da cremalheira de geração o mesmo valor. São também comuns os passos do pinhão e roda, calculados pela expressão (2.4), com m_0 . Nestas

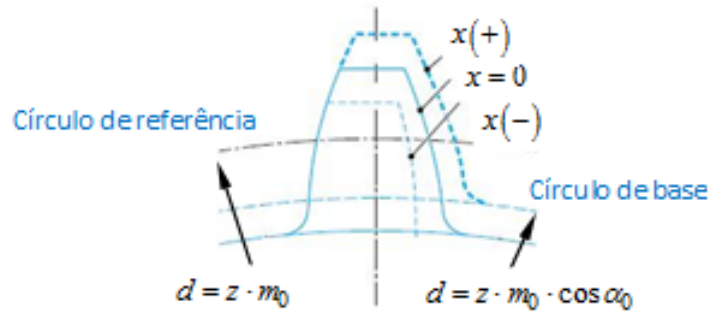


Figura 2.13: Representação esquemática de um dente com correcção positiva e negativa do dentado

correcções, a soma dos desvios aplicados ao pinhão e roda é nula $x_1 + x_2 = 0$, tomando as espessuras do pinhão e roda valores diferentes, conforme representado na figura 2.14 [1][8].

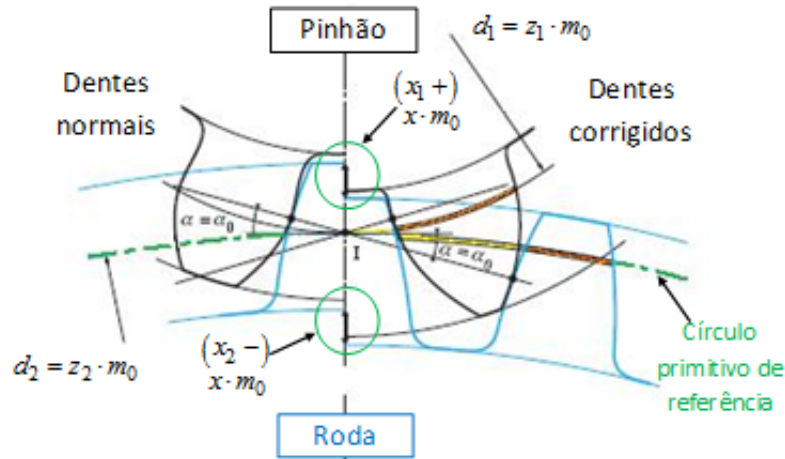


Figura 2.14: Representação esquemática de dentado corrigido sem variação do entre-eixo

2.9.4 Correcção do dentado com variação do entre-eixo

Nas correcções do dentado com variação do entre-eixo da engrenagem $a' \neq a$, os círculos primitivos de funcionamento e de referência não são coincidentes, tomando os ângulos de pressão de funcionamento e da cremalheira de geração, também valores diferentes $\alpha' \neq \alpha$. Nestes casos, os entre-eixos, a soma dos valores dos desvios aplicados e os ângulos de pressão, tomam as seguintes relações: $a' < a \Rightarrow x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow \alpha' < \alpha$ e $a' > a \Rightarrow x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow \alpha' > \alpha$.

É também necessário ser garantida a relação $\nu_1 + \nu_2 > a' - a$, de forma evitar a folga anormal no engrenamento.

Na Figura 2.15 é representado um esquema sobre a geração do dentado corrigido de um pinhão e uma roda, por uma cremalheira de geração comum a ambos, de dentado normal,

sendo neste caso com coeficientes de desvio positivos e assim proporcionando o aumento do entre-eixo normal $a' > a$ [1][8].

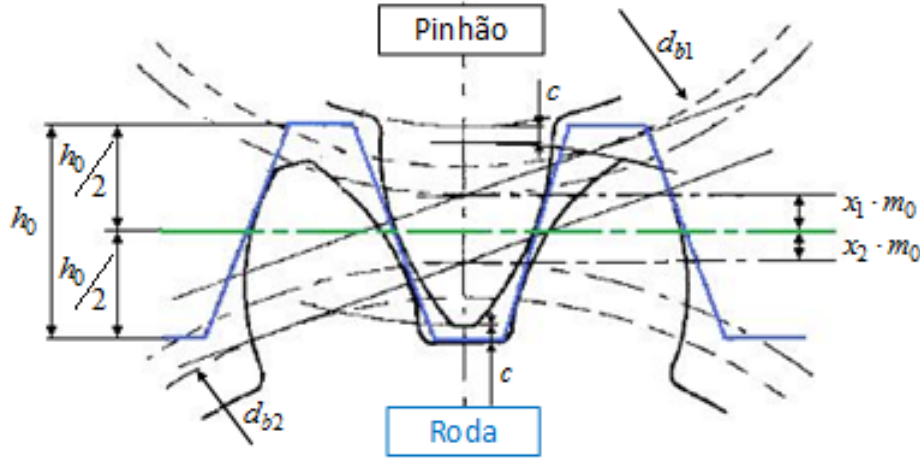


Figura 2.15: Representação esquemática de dentado corrigido com variação do entre-eixo

O valor do ângulo de pressão aparente de funcionamento, é nestes casos, diferente do ângulo de pressão aparente. O entre-eixo e o módulo de funcionamento, podem ser obtidos recorrendo às expressões apresentadas na tabela apresentada na figura A.3 do apêndice A. Os valores das involutas a utilizar, podem ser obtidos por tabelas com valores normalizados, sendo apresentadas nas figuras D.1 e D.2 do apêndice D, exemplos sobre alguns dos ângulos mais utilizados ao nível industrial [1][6].

Nas tabelas apresentadas nas figuras A.4 e A.5 do apêndice A, são apresentadas as fórmulas definidas para a obtenção dos valores dimensionais destes dentes corrigidos, direitos e helicoidais, relativamente ao valor do entre-eixo de funcionamento [1][8].

De referir em particular, que com a variação do entre-eixo, mostra-se necessário garantir a cota da folga do fundo dos dentes, com o seu valor normalizado, apresentado pela expressão (2.17), dado que tendencialmente este valor diminui. Para este objectivo, é necessário diminuir o valor da altura da cabeça pelo valor de K , conforme expressões apresentadas nas tabelas apresentadas nas figuras A.4 e A.5 do apêndice A [1][8].

$$c = 0,25 \times m_n \quad (2.17)$$

O valor da espessura do pé e da cabeça dos dentes, é possível ser obtido directamente do ábaco apresentado na figura D.3 do apêndice D, em função dos desvios aplicados [1][8].

Sobre o valor dos desvios a aplicar nas correcções dos dentados, as recomendações ISO indicam preferencialmente o aumento do entre-eixo $x_1 + x_2 > 0$, (ver fórmulas para $inv\alpha_t$, na tabela apresentada na figura A.3 do apêndice D) [1][8][12].

As preconizações do relatório ISO/TR 4467, apontam para a atenção sobre o valor da soma dos desvios, sendo no geral definido o valor da soma dos dentes virtuais com $\Sigma Z_v \geq 20$, ou sempre que possível $\Sigma Z_v \geq 24$, com $\alpha_n = 20$ e $Z_v \geq 6$ do pinhão [8][12].

No ábaco apresentado na figura 2.16, são fornecidos os valores limite convencionados do Σx , particularizando conforme o tipo de transmissão das engrenagens [1][8][12]:

- a) - Com engrenamento favorável.
- b) - Prevendo o aumento à ruptura. Para valores superiores deste Σx e atendendo ao limite indicado na figura referida, são considerados casos especiais não abordados nesta alínea.
- c) - Casos especiais.

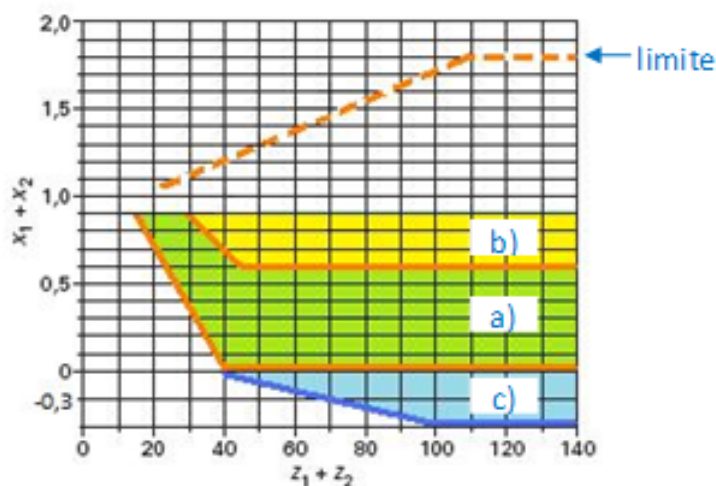


Figura 2.16: Preconizações ISO sobre soma dos desvios

2.9.5 Correção do dentado, conforme proposição ISO

O relatório técnico ISO/TR 4467, sobre a normalização dos desvios das correções dos dentados das engrenagens, teve como precursor um sistema de determinação dos desvios em rodas dentadas cilíndricas, proposto pelo secretariado da ISO/TC60-engrenagens em 1954. Este sistema é apresentado nesta alínea, dado traduzir uma abordagem prática e simples, de interesse neste domínio e sendo reconhecidos resultados positivos em aplicações de mecânica geral [1][4][8][12].

Relativamente ao tipo de dentes, é importante ter presente, que os helicoidais têm mais afastados os pontos T_1 e T_2 ,⁷ em resultado do menor ângulo de pressão aparente, em relação ao ângulo de pressão da cremalheira de geração $\alpha_t < \alpha_0$; situação que traduz menores riscos de interferência nestes dentes, comparativamente aos direitos e assim, a particularidade da melhoria sobre os escorregamentos específicos, a pressão superficial e o factor de gripagem, na sua zona do pé⁸. Neste âmbito, um determinado número de dentes helicoidais implica um menor valor dos desvios a aplicar, que no caso de dentes direitos:

Para $Z_{v1} \geq 30$, implica a definição do dentado normal.

⁷Consultar a figura 2.17

⁸Proposto a consulta em detalhe em [1][4][8][12]

Para $Z_{v1} \geq 60$, é proposta a aplicação de correcção sem variação de entre-eixo, atendendo às expressões (a)-(2.18) e (b)-(2.18).

$$(a) \ x_1 = 0,03 \times (30 - Z_{v1}); \ (b) \ x_2 = x_1 \quad (2.18)$$

Para $Z_{v1} < 60$, é proposta a aplicação de correcção com variação de entre-eixo, atendendo às expressões (a)-(2.19) e (b)-(2.19).

$$(a) \ x_1 = 0,03 \times (30 - Z_{v1}); \ (b) \ x_2 = 0,03 \times (30 - Z_{v2}) \quad (2.19)$$

Para $Z_{v1} + Z_{v2} < 30$; sendo: $x_1 + x_2 < 0,9$. Neste caso e no geral das situações com valores de Z_v muito elevados ou baixos, o relatório referido ISO/TR 4467, propôs valores mais alargados, que os definidos por este sistema apresentado [8][12].

2.9.6 Influência dos desvios sobre as características das engrenagens

Os desvios aplicados nas correcções dos dentes, têm implicações sobre determinadas características importantes do funcionamento das engrenagens, sendo assim importante a sua abordagem. Na figura 2.16, é possível verificar a influência do valor do Σx , provocando a variação directa sobre a capacidade de carga à ruptura e variação inversa sobre a razão de condução, necessitando contudo os casos de valores desta soma fora dos limites determinados, estudos particulares. São apresentadas preconizações importantes neste âmbito, atendendo às expressões (a)-(2.20), (b)-(2.20) e (c)-(2.20) [1][2][4][8][12]:

$$(a) \ x_1 = \lambda \times (u - 1) \div (u + 1) + \Sigma x \div (u + 1); \ (b) \ x_2 = \Sigma x - x_1; \ (c) \ u = Z_2 \div Z_1 \quad (2.20)$$

$0,5 \leq \lambda \leq 0,75$, para engrenagens redutoras e λ variando inversamente com ΣZ_v .

$0 \leq \lambda \leq 0,5$, para engrenagens multiplicadoras e $\lambda = 0$.

Este procedimento pretende dar resposta à acção prejudicial do atrito durante o movimento do engrenamento, em função da direcção da força exercida pelo pinhão sobre a roda, inclinada relativamente à linha do engrenamento e tendencialmente no sentido da roda. Esta situação pede assim a aplicação do menor desvio possível para a roda mandada, de forma a ser diminuído o período de aproximação, sendo em contrapartida aplicado o maior desvio possível para o pinhão (mandante), proporcionando o aumento simultâneo do afastamento e assim evitada a diminuição do rendimento das engrenagens.

Para estudo deste tema em detalhe, é proposto a consulta da bibliografia indicada.

2.10 Continuidade do engrenamento

Para dentados em envolvente de círculo e considerando a análise num plano normal aos eixos de uma engrenagem cilíndrica, conforme apresentado na figura anterior, a linha de acção \overline{AB} , passa invariavelmente pelo ponto I, que representa o ponto de contacto dos dois círculos primitivos, e posicionada tangente aos círculos de base do pinhão e roda do conjunto engrenado, com um ângulo correspondente ao ângulo de pressão (α).



Figura 2.17: Continuidade do engrenamento - dentado direito

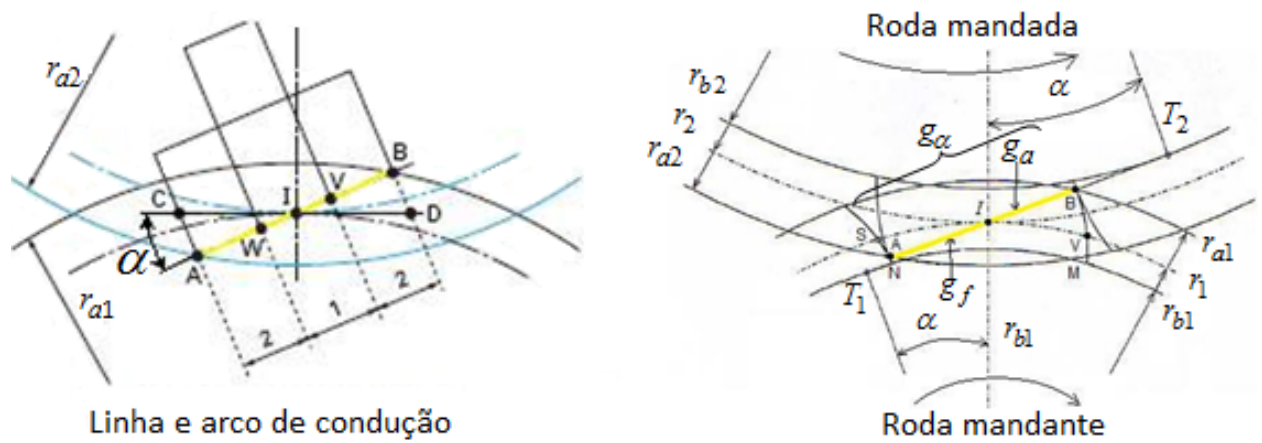


Figura 2.18: Detalhe da continuidade do engrenamento - dentado direito

O contacto durante o engrenamento efectua-se na linha de acção, entre os pontos T_1 e T_2 da figura 2.18, sendo estes obtidos pela tangente da linha de acção com os raios de base do pinhão e roda, respectivamente.

O início do engrenamento acontece quando o flanco do dente da roda mandante toca no flanco da roda mandada no seu diâmetro activo da cabeça, num ponto situado na linha de acção do engrenamento, (ponto A das figuras 2.17 e 2.18). Este espaço é compreendido pela distância \overline{AI} , é definido como “período de aproximação” e obtido pela expressão (2.21).

$$\overline{AI} = g_f = \overline{AT_2} - \overline{IT_2} = \sqrt{(r_{a2}^2 - r_{b2}^2)} - r_2 \times \sin\alpha \quad (2.21)$$

O fim do engrenamento, ocorre também na linha de acção do engrenamento, agora no último ponto de contacto entre o flanco do dente da roda mandante, no seu diâmetro activo da cabeça, com a roda mandada, (ponto B das figuras 2.17 e 2.18). Este espaço é agora compreendido entre os pontos \overline{IB} da figura 2.18 e obtido pela expressão (2.22):

$$\overline{IB} = g_a = \overline{T_1B} - \overline{T_1I} = \sqrt{(r_{a1}^2 - r_{b1}^2)} - r_1 \times \sin\alpha \quad (2.22)$$

O comprimento total da linha de acção é obtido com a expressão (a)-(2.23) e o correspondente arco de condução por (b)-(2.23); conseguidos com o movimento de rotação dos círculos primitivos do conjunto pinhão e roda, rodando entre si sem escorregar, com o contacto no ponto I .

$$(a) \overline{AI} + \overline{IB} = g_f + g_a = g_a; \quad (b) g_t = g_a / \cos\alpha \quad (2.23)$$

Sobre a continuidade de engrenamento, é importante o contacto ininterrupto entre os dentes durante o engrenamento, evitando choques, garantindo as relações: $\overline{AB} > p_b \Leftrightarrow g_a > p_b$ [1][2][4][6][10][33].

2.11 Razão de condução

2.11.1 Sobre a razão de condução

A razão de condução é definida com base nas condições e fórmulas da continuidade do engrenamento e a sua relação com os passos do dentado. O seu valor é obtido pela divisão da linha de acção ou do arco de acção do engrenamento, pelos passos de base ou primitivo, respectivamente. Os cálculos desta característica, para os dentados direitos e helicoidais, são baseados no mesmo princípio, tendo contudo cálculos específicos.

Esta característica tem uma influência forte no funcionamento das engrenagens em vários domínios, principalmente na suavidade no engrenamento e a capacidade de carga, que variam em relação directa. Sobre a suavidade no engrenamento, para determinadas aplicações é de extrema importância, como sendo em caixas de velocidades ou mecanismos a aplicar em ambientes com limitações de níveis sonoros. Relativamente à capacidade de carga, o aumento da razão de condução é de grande interesse tendo em conta os cálculos de resistência à ruptura, sendo indicado pelo método ISO a multiplicação da força nominal tangencial transmitida sobre a secção transversal do diâmetro primitivo de corte, pelo factor $(0,25 + 0,75 \div \epsilon_\alpha)$ [1][2][4][6][10][12].

Na figura 2.19 é representada a repartição da força de contacto entre os dentes em esforço durante o engrenamento, na linha de condução [1][2].

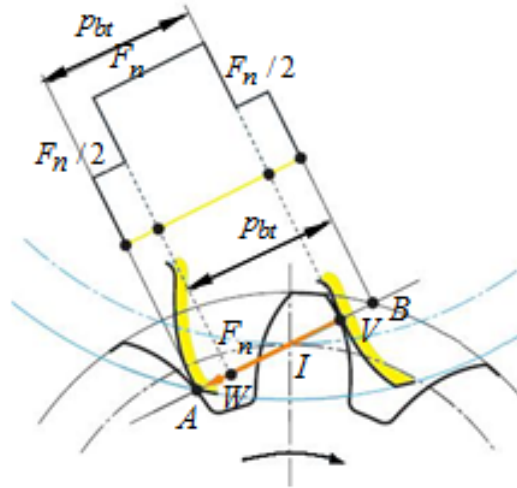


Figura 2.19: Detalhe do engrenamento com $1 < \epsilon_\alpha < 2$ e distribuição da força na linha de condução

Para os dentados direitos, o valor desta característica deve ser sempre superior a 1, garantindo-se haver sempre mais do que um único dente em contacto, de forma a não existirem choques no engrenamento, sendo definidos valores a respeitar em projecto por várias normas, entre elas as ISO 1328 e NF E23-013, determinando os valores $\epsilon_\alpha \geq 1,3$ ou $\epsilon_\alpha \geq 1,2$, se $Z_2/Z_1 > 5 \times \epsilon_\alpha$. A existência de choques é contudo ainda possível, para $1 < \epsilon_\alpha < 2$, nos casos de engrenagens com erros de passo circular, não se verificando esta situação para valores superiores.

A alteração desta característica para $\epsilon_\alpha \geq 2$, pode ser obtida por vários métodos [1][4][6][10][11][12]:

- a)- Correção dos dentados.
- b)- Alteração das proporções de dentado, originando a obtenção dos "dentes altos" e menos utilizada.
- c)- Diminuição do ângulo de pressão, aumentando a linha de condução.
- d)- Aumentando o número de dentes do pinhão e roda isoladamente ou não e mantendo os diâmetros primitivos.
- e)- Utilizando dentado helicoidal, cujo permite associar a razão de condução complementar ϵ_β que relaciona o ângulo da hélice primitiva β e assim conseguindo um valor superior da razão de condução total definida pela expressão (2.24)⁹.

$$\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta \quad (2.24)$$

Com os dentados helicoidais, são sempre atingidos valores de $\epsilon_\gamma \geq 1$, conseguindo-se como exemplo, para valores de $\epsilon_\gamma = 4, 5$, haver 4 ou 5 pares de dentes em contacto simultaneamente

⁹Consultar a alínea 2.11.3

[1][4][6][10][11][12].

2.11.2 Cálculo da razão de condução de engrenagens com dentado direito

A razão de condução para este tipo de dentes é definida pelas expressões apresentadas em (2.25), atendendo aos cálculos necessários a obter com (a)-(2.26), (b)-(2.26) e (c)-(2.26) [1][4][6][10][12].

$$\epsilon_\alpha = \overline{AB} \div p_b = g_\alpha \div p_b = g_\alpha \div (\pi \times m \times \cos\alpha) = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \times \sin\alpha_n \quad (2.25)$$

$$(a) g_\alpha = g_f + g_a; (b) g_f = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - r_2 \times \sin\alpha_n; (c) g_a = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} - r_2 \times \sin\alpha_n \quad (2.26)$$

2.11.3 Cálculo da razão de condução de engrenagens com dentado helicoidal

No dentado helicoidal, é associada à razão de condução aparente ϵ_α definida pelas expressões apresentadas em (2.27), a razão de condução complementar ϵ_β , (2.28), calculada em função da posição inclinada dos dentes, pelo seu ângulo da hélice β . Pela soma destes dois parâmetros é obtida a razão de condução total destes dentados ϵ_γ apresentada pelas expressões (2.24) e (a)-(2.29), tendo em conta (b)-(2.29) e (c)-(2.29), permitindo obter na prática um valor superior de dentes em contacto [1][4][6][10][12].

$$\epsilon_\alpha = g_\alpha \div p_{bt} = g_\alpha \div \pi \times m_t \times \cos\alpha_t = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \times \sin\alpha_t \quad (2.27)$$

$$\epsilon_\beta = b \div p_x = g_\beta \div p_{bt} = g_\beta \div \pi \times m_t \quad (2.28)$$

$$(a) \epsilon_\gamma = (g_t + g_\beta) \div p_t; (b) g_t = g_\alpha \div \cos\alpha_t; (c) g_\beta = b \times \tan\beta \quad (2.29)$$

Sobre os parâmetros dos dentados a utilizar para os cálculos: α e m , poderão ser utilizados os valores normais, aparentes ou aparentes de funcionamento, assim como para β , a , r_1 e r_2 , os valores normais ou de funcionamento, conforme o objectivo pretendido dos cálculos.

Sobre os parâmetros das engrenagens ϵ_α , g_α , g_a e g_f , são normalmente utilizadas as mesmas nomenclaturas, para os cálculos com as dimensões normais e aparentes.

Sobre esta razão de condução total ϵ_γ , é importante que $\epsilon_\beta > 1$, podendo este valor ser aumentado através dos seguintes parâmetros [1][4][6][10][11][12]:

a)- Pelo aumento do ângulo β , tendo em atenção particular os valores máximos em função da eventual limitação imposta pela componente axial da força, resultante do contacto entre os dentes durante o engrenamento. É utilizado em casos de limitação deste ângulo, a utilização de dentado tipo "Chevron", devendo sempre ser realizado o estudo de viabilidade de aplicação, em consonância com a globalidade do projecto.

b)- Pelo aumento da largura do dente, com as limitações conhecidas em função dos fenómenos do desgaste.

2.12 Zona funcional do dentado

A zona funcional do dente, é compreendida pela zona do flanco dos dentes em que se efectiva o seu contacto durante o engrenamento. Esta zona, no caso do pinhão mandante, inicia-se no ponto A que determina o seu diâmetro activo do pé e termina no ponto B , sendo este o ponto situado no seu diâmetro máximo no qual o seu flanco está em contacto com o flanco correspondente da roda¹⁰. O diâmetro máximo activo da cabeça corresponde assim ao limite superior do flanco do dente, normalmente limitado fisicamente por um chanfro, denominado por "toping" ou "semi-toping" [1][4][6][11][12].

2.12.1 Diâmetro activo do pé do dente

O diâmetro activo do pé do dente, no caso do pinhão definido e representado pelo ponto A na figura 2.19, é calculado pela expressão do raio (a)-(2.30), com base em (b)-(2.30) [1][6][8][10][11][12]:

$$(a) r_{A1} = \sqrt{r_{b1}^2 + T_1^- A^2}; (b) T_1^- A = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \times \sin \alpha_t \quad (2.30)$$

No caso da roda, este diâmetro definido agora pelo ponto B representado na figura 2.19, é calculado com base nas expressão relativa ao raio (a)-(2.31) e com base em (b)-(2.31):

$$(a) r_{A2} = \sqrt{r_{b2}^2 + T_2^- B^2}; (b) T_2^- B = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} - a \times \sin \alpha_t \quad (2.31)$$

2.13 Contacto entre dentes engrenados

2.13.1 Zona de contacto entre dentes direitos

No caso dos dentes direitos, as zonas de contacto, são faixas¹¹ paralelas ao eixo da respectiva roda dentada, percorrendo o perfil do dente entre os diâmetros activos do pé e da cabeça, em função do movimento de rotação do pinhão e roda engrenados, decorrendo na linha de acção da engrenagem [1][4][6][11][12]:

2.13.2 Zona de contacto entre dentes helicoidais

Em engrenagens deste tipo, o número de dentes entre pinhão e roda em contacto simultaneamente é normalmente superior a 2, proporcionado pelo posicionamento destes, com inclinação em relação aos eixos correspondentes. Em função desta inclinação, as correspondentes faixas de contacto entre os dentes em esforço de cada conjunto de dentes engrenados simultaneamente, apresentam então um ângulo (δ), obtido pela expressão (2.32) e definido relativamente à hélice primitiva de cada dente, relacionando os ângulos da hélice e pressão normais e apresentado nas figuras 2.20 e 2.21 [1][4][6][11][12].

$$\tan \delta = \tan \beta_n \times \sin \alpha_n \quad (2.32)$$

¹⁰Consultar a figura 2.19 da alínea 2.11.1

¹¹Consultar a alínea 2.13.3

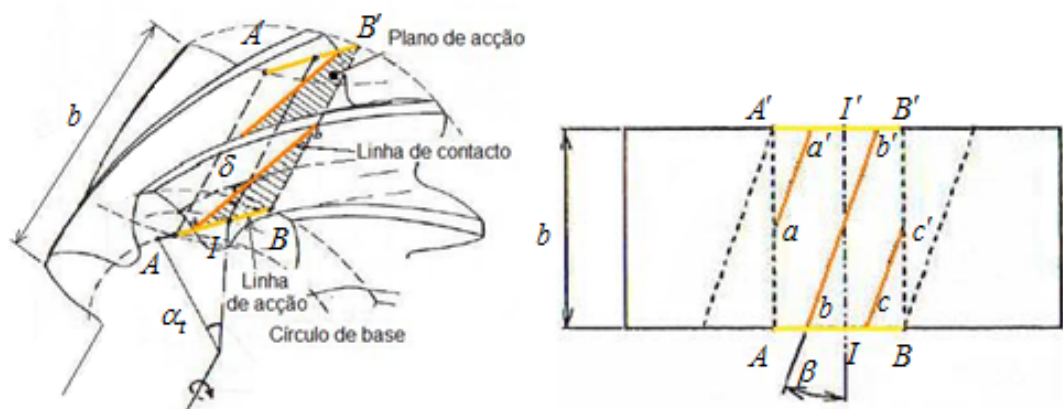


Figura 2.20: Plano de acção e linhas de contacto

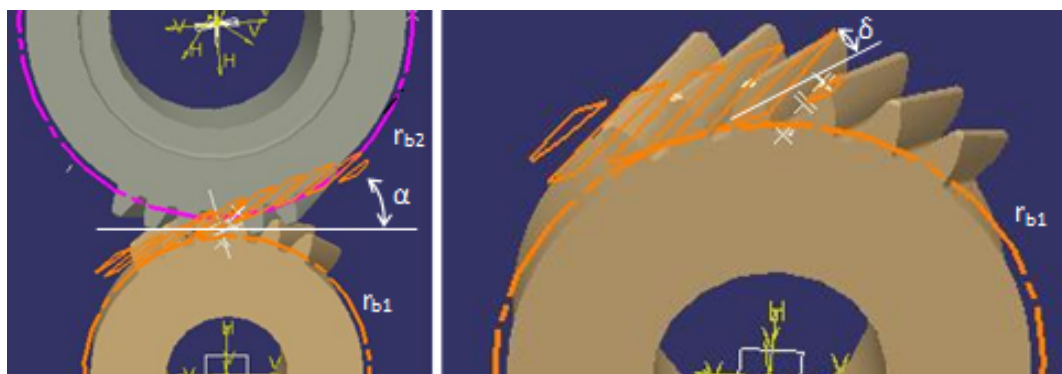


Figura 2.21: Plano de acção e linhas de contacto - representação em modelos tridimensionais

Em função da maior razão de condução destes dentados e o contacto entre os dentes ocorrer desfasadamente no plano de acção, provocado pela inclinação das suas hélices em relação ao eixo da roda dentada, é importante a compreensão sobre a sequência dos contactos que ocorrem entre os dentes, durante o movimento de rotação.

É possível verificar nestas figuras 2.20 e 2.21, que o contacto entre os dentes se efectiva no plano de acção, representado pelos pontos A, A', B e B', tomando as faixas de contacto as posições definidas por $\overline{aa'}$, $\overline{bb'}$ e $\overline{cc'}$, percorrendo estas desfasada e simultaneamente os perfis dos correspondentes dentes em contacto [1][4][6][11].

Estas faixas de contacto traduzem as geratrizes de contacto entre os dentes engrenados, sendo normalmente denominadas de linhas de contacto, representando a deformação das duas superfícies de contacto dos dentes engrenados, em resultado do esforço exercido entre estes. Embora o valor desta deformação seja negligenciado em relação comparativa à flexão dos dentes, no seu plano normal, a compreensão sobre a sua geometria e tamanho é no âmbito do estudo geral da aplicação das forças entre os dentes durante o engrenamento, de interesse relevante, sendo no presente trabalho particularmente importante nas análises desenvolvidas no capítulo 5, sobre a aplicação das forças no flanco dos dentes pelo MEF.

Na figura 2.22, é representada a faixa de contacto entre os dentes em contacto, sendo considerados dentes sem “bombê” nos respectivos flancos [1][11][33].

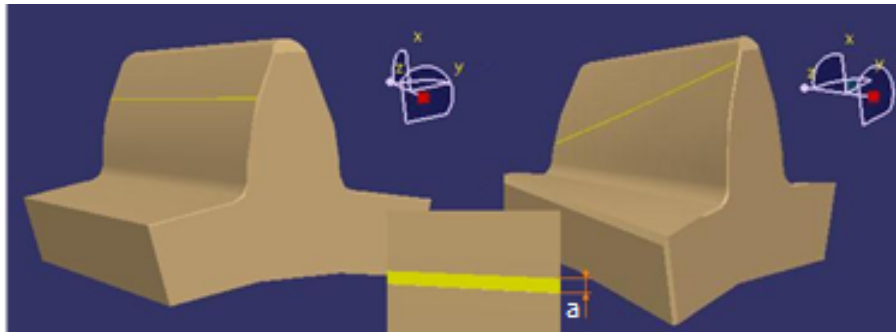


Figura 2.22: Faixa de contacto entre os dentes: direitos (esquerda) e helicoidais (direita)

2.13.3 Geometria da zona de contacto entre os dentes engrenados

Para a compreensão do cálculo deste parâmetro, largura desta faixa “a”, é importante a interpretação da figura 2.23, sendo aí feita a sua representação com base na variação da pressão superficial de Hertz para o exemplo de engrenagens paralelas de dentado exterior direito, nas várias fases do engrenamento, referenciadas no percurso entre os pontos A e B da linha de condução total do engrenamento [1][11][14].

O valor máximo de “a”, é conseguido para a posição de contacto entre os dentes correspondente ao ponto intermédio entre T1 e T2 e mínimo nestes próprios pontos, sendo calculado com base na expressão (2.33) [1][11][14].

$$2 \times a = 0,0063 \times \sqrt{F_{nu} \times \rho_r} \quad (2.33)$$

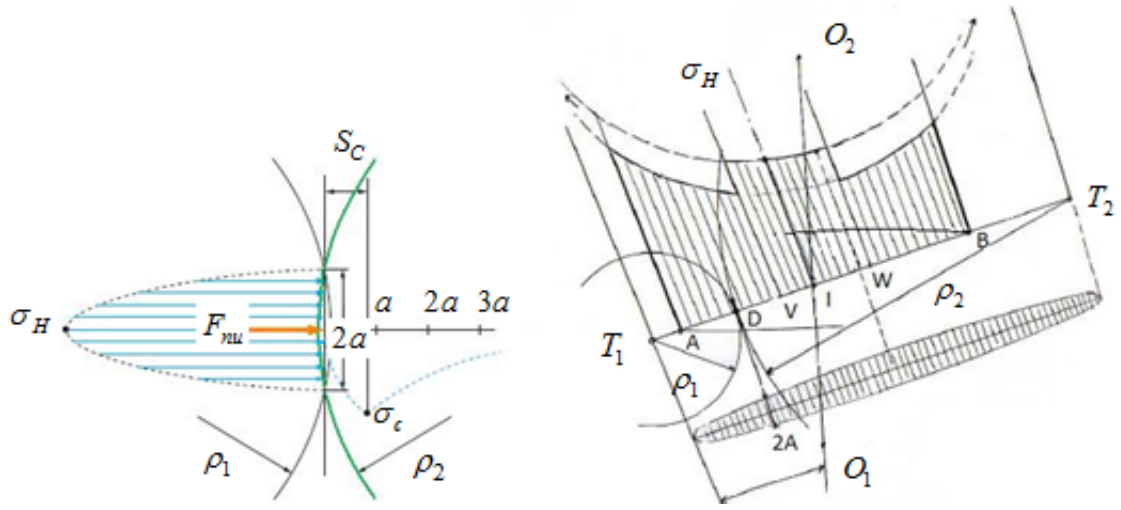


Figura 2.23: Variação da pressão de Hertz e geometria da faixa de contacto - dentes diretos

O cálculo da força normal unitária aos dentes F_{nu} , é conseguido pela expressão (2.34), com base na força tangencial (2.35) e distribuída pelo comprimento do contacto entre os dentes:

$$F_{nu} = (F_t \div \cos\beta \times \cos\alpha_n) \div (b \times \epsilon_\alpha \div \cos\beta_b) \quad (2.34)$$

$$F_t = M_t \div r'_p = P \div \nu_t \quad (2.35)$$

Cálculo da curva relativa de raio ρ_r [1][11][14]:

Conforme apresentado na figura 2.23, no ponto D da linha de condução onde decorre o contacto entre os dentes engrenados em determinado instante, são limitados dois raios conjugados da curva em envolvente ρ_1 e ρ_2 , de centros nos pontos T_1 e T_2 respectivamente, calculados pelas expressões (a)-(2.36) e (b)-(2.36) para o ponto no círculo primitivo, com base nas quais é calculada esta curva (c)-(2.36):

$$(a) \rho_1 = r'_1 \times \sin\alpha'; (b) \rho_2 = r'_2 \times \sin\alpha'; (c) 1 \div \rho_r = 1 \div \rho_1 + 1 \div \rho_2 \quad (2.36)$$

É proposto para a análise em detalhe sobre este parâmetro, a consulta das preconizações ISO 6336 parte 2 e 9085 [13][14].

Este parâmetro tem influência em vários cálculos, referindo particularmente a tensão de corte σ_c nesta zona do dente, representada também na figura 2.23, cujo valor máximo $\sigma_c \approx 0,3 \times \sigma_H$, é atingido à profundidade de $S_c \approx 0,8 \times a$.

Sobre a pressão superficial de hertz σ_H que condiciona o valor obtido deste parâmetro “a” com uma variação directa, é feita a apresentação dos seu cálculo necessário na alínea 3.2 do capítulo 3 [1][11][14].

2.13.4 Forças resultantes do contacto entre os dentes helicoidais

No caso das engrenagens de dentes helicoidais, a orientação das forças resultantes entre os dentes em contacto, é condicionada pelos respectivos ângulos de pressão e da hélice, sendo estas repartidas pelos seus três eixos principais, com as designações: forças tangenciais, radiais e axiais.

As forças tangenciais são posicionadas tangencialmente aos raios primitivos do pinhão e roda, actuando no plano normal ao plano comum dos dois eixos da engrenagem. As forças radiais e axiais são posicionadas radial e axialmente em relação aos eixos das engrenagens, respectivamente, actuando no plano comum a estes.

Para a boa compreensão do posicionamento destas forças nos dentes das engrenagens, é apresentada na figura 2.24 a representação das mesmas no flanco de um dente, sendo assim possível verificar esquematicamente as respectivas relações angulares entre si e relativamente ao próprio flanco do dente. São posicionadas a meio do comprimento do dente e no seu diâmetro primitivo, sendo definidas pelas expressões apresentadas em (2.35), (2.37) e (2.38) [1][11][30].

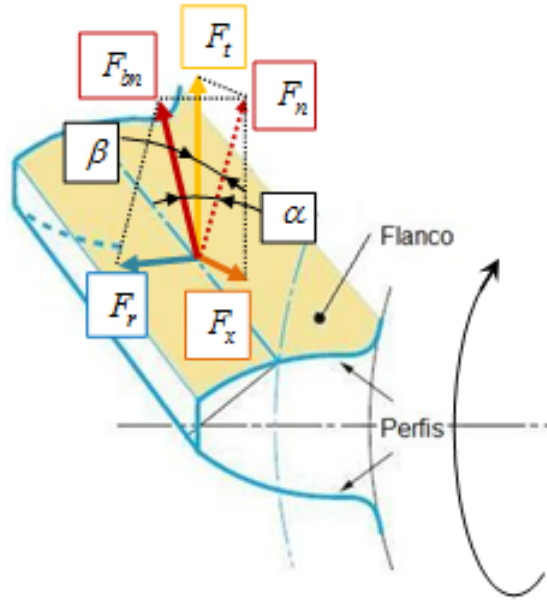


Figura 2.24: Representação das forças aplicadas no flanco de um dente helicoidal

$$(a) F_r = F_t(\tan\alpha'_n \div \cos\beta'); (b) F_x = F_t \times \tan\beta' \quad (2.37)$$

$$(a) F_n = F_t \div \cos\beta'; (b) F_{bn} = F_n \div (\cos\alpha_n \times \cos\beta') \quad (2.38)$$

Capítulo 3

Cálculo teórico da pressão superficial e tensão na raiz dos dentes

3.1 Introdução e índice das variáveis

Neste capítulo, são apresentados de forma sucinta os estudos teóricos de cálculo das pressões superficiais de Hertz e das tensões de ruptura na raiz dos dentes, considerados de interesse para a melhor compreensão e enquadramento dos temas desenvolvidos nos capítulos 5 e 6, assim como de algumas características abordadas no capítulo 2, do presente trabalho. São aqui abordados os factores de influência necessários a considerar para a realização dos cálculos pretendidos, tendo em conta as engrenagens consideradas, assim como as sequências e métodos adequados a cada um dos cálculos.

O índice das variáveis é apresentado na tabela 3.1 ¹

3.2 Cálculo da pressão superficial de Hertz

3.2.1 Introdução

A pressão de Hertz tem influência em alguns problemas de degradação superficial dos dentes das engrenagens, principalmente sobre as denominadas “picadas” ou na denominação universal “pitting”. Um valor elevado deste parâmetro, conjugado com os escorregamentos específicos e uma má distribuição da carga, entre os dentes em contacto, condiciona a formação do filme de óleo e provoca o aparecimento destas deteriorações superficiais, que podem ser destrutivas, para uma conjugação favorável destes factores.

De entre os vários métodos conhecidos, são apresentados dois que compreendem formas distintas de cálculo, sendo o primeiro baseado numa perspectiva teórica e genérica relativamente às aplicações reais de engrenagens e o segundo, prevendo a aplicação dos vários factores de influência dos dentados e engrenagens, com o objectivo da obtenção da tensão superficial admissível [1][12][13][14][15].

¹acumulam com as variáveis apresentadas na alínea 2.2 do capítulo 2

L - Indica a referência a Lewis σ_{bL} - Tensão na base do dente, de Lewis σ_H - Pressão superficial de hertz h_L - Altura da aplicação da força normal à envolvente do dente, de Lewis S_L - Secção na zona da base do dente, de Lewis h_l - Altura da aplicação da força no dente S_l - Secção na zona da base do dente J - Momento de inércia m - Massa u - Relação de transmissão Z_H - Factor de geometria Z_E - Factor de elasticidade Z_ϵ - Factor de condução Z_β - Factor de inclinação Z_B - Factor de altura do contacto E - Índice de elasticidade ν - Coeficiente de Poisson K_A - Factor de aplicação K_V - Factor dinâmico $K_{H\beta}$ - Factor de distribuição de carga longitudinal $K_{H\alpha}$ - Factor de distribuição de carga transversal Z_{NT} - Factor de durabilidade	S_{Hmin} - Factor de segurança mínimo Z_L - Factor de influência da formação do filme de óleo - viscosidade Z_V - Factor de influência da formação do filme de óleo - velocidade Z_R - Factor de influência da formação do filme de óleo - rugosidade Z_W - Factor da relação das durezas Z_X - Factor de dimensão σ_{bL} - Tensão de ruptura na raiz dos dentes, por Lewis γ_L - Factor de forma de Lewis σ_{FO} - Tensão de ruptura de base γ_{Fa} - Factor de forma γ_ϵ - Factor de condução γ_β - Factor de inclinação γ_{Sa} - Factor de concentração de tensões σ_{FP} - Tensão de ruptura limite admissível σ_{FE} - Limite de resistência do material γ_{Sa} - Factor de durabilidade $\gamma_{\delta rel T}$ - Factor de sensibilidade ao corte $\gamma_{Rrel T}$ - Factor de rugosidade γ_X - Factor de dimensão
---	--

Tabela 3.1: Índice das variáveis - Capítulo 3

O desenvolvimento deste tema pretende contribuir para a melhor compreensão de alguns dos métodos de cálculo utilizados, assim como sobre os factores de influência associados, cujos proporcionam normalmente uma abordagem complexa.

A compreensão global deste processo requer contudo uma abordagem profunda, não feita neste trabalho, sendo proposta para tal, a consulta das normas e obras de referência, neste âmbito [1][3][12][13][14][15][16][17][18][30].

3.2.2 Cálculo da pressão superficial de Hertz nominal

A pressão de Hertz superficial nominal é calculada de forma geral, pelas expressões (3.1) e (3.2), com base nos cálculos de ρ_r e F_{nu} ² e atendendo ao factor K para o dentado exterior direito, definido em (3.3) [1][12][13][14][30]:

$$\sigma_H = 193\sqrt{F_{nu} \times (1 \div \rho_r)} [N/mm^2] \quad (3.1)$$

$$\sigma_H = 193\sqrt{2 \times (\sin\alpha' \times \cos\alpha')} \times \sqrt{K} \quad (3.2)$$

$$K = [F_t \div (b \times d_1)] \times [(u + 1) \div u]; u = Z_2/Z_1 \quad (3.3)$$

Para o dentado exterior helicoidal, esta tensão é calculada também em relação à razão de condução e o ângulo da hélice de base, pelas expressões (3.4) ou (3.5) [1][13][14]:

$$\sigma_H = 193\sqrt{1 \div \epsilon_\alpha} \times \sqrt{(2 \times \cos\beta_b) \div (\sin\alpha'_t \times \cos\alpha'_t)} \times \sqrt{K} \quad (3.4)$$

$$\sigma_H = 193\sqrt{F_t \div [(b \times d_1) \times (u + 1) \div u]} \quad (3.5)$$

3.2.3 Cálculo da pressão superficial de Hertz admissível

3.2.3.1 Etapas do cálculo da pressão superficial de Hertz admissível

De forma a facilitar a compreensão da sequência do desenvolvimento deste método, são apresentadas esquematicamente na figura 3.1 as várias etapas de cálculo e as variáveis correspondentes [1][12][13][14][15][16][17][30].

3.2.3.2 Cálculo da pressão superficial de Hertz de base

Os valores dos factores de influência necessários a considerar, para além do seu cálculo possível de realizar pelas fórmulas a apresentar, podem também ser obtidos directamente por tabelas construídas com estudos experimentais, sendo para tal recomendada a consulta da bibliografia indicada, para cada caso.

Pressão de Hertz de base σ_{H0} [1][12][13][14][30]:

Esta pressão é calculada directamente pela expressão (3.6), sendo o (factor de carga) definido por (3.7).

$$\sigma_{H0} = Z_H \times Z_E \times Z_\epsilon \times Z_\beta \times Z_B \times (Factor\ de\ carga) \quad (3.6)$$

²Consultar a alínea 2.13.3 do capítulo 2.

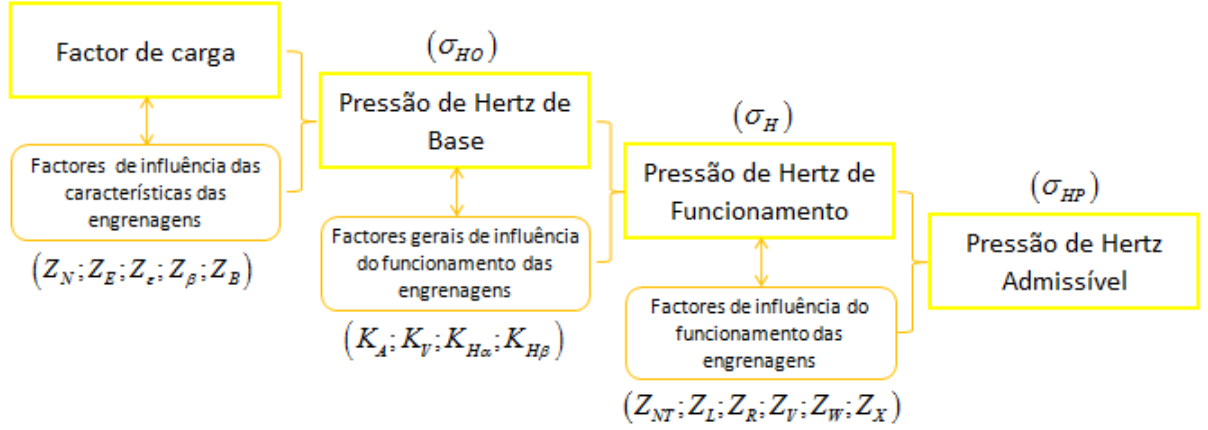


Figura 3.1: Etapas do cálculo da pressão de Hertz admissível

$$(Factor\ de\ carga) = \sqrt{(F_t \div b \times d_1) \times (u + 1 \div u)} \quad (3.7)$$

Factor de geometria Z_H (3.8) [1][13][14]:

É calculado pelas expressões (a)-(3.8) ou (b)-(3.8).

$$(a) Z_H = \sqrt{(2 \times \cos \beta_b) \div (\sin \alpha'_t \times \cos \alpha'_t)}; (b) Z_H = \sqrt{(2 \times \cos \beta_b \times \cos \alpha'_t) \div (\sin \alpha'_{t0} \times \cos \alpha'_t)} \quad (3.8)$$

Factor de elasticidade Z_E [1][13][14]:

Este factor é calculado pela expressão (a)-(3.9), sendo utilizado (b)-(3.9) para $\nu_1, \nu_2 = 0,3$.

$$(a) Z_E = \sqrt{1 \div (\pi \times (\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}))}; (b) Z_E \cong \sqrt{0,175 \times E} \quad (3.9)$$

Factor de condução Z_ϵ [1][13][14]:

A aplicação deste factor assume a maior importância para as engrenagens com valores altos de razão de condução, tendo implicação na distribuição da tensão na extensão do contacto entre os dentes engrenados, entre os pontos A e B da linha de condução³.

Para dentado helicoidal, este factor é calculado pelas expressões (3.10) para $\epsilon_\beta \geq 1$ e (3.11) para $\epsilon_\beta < 1$; sendo no caso do dentado direito, definido por (3.12).

$$Z_\epsilon = \sqrt{1 \div \epsilon_\alpha} \quad (3.10)$$

$$Z_\epsilon = \sqrt{((4 - \epsilon_\alpha) \div 3) \times (1 - \epsilon_\beta) + (\epsilon_\beta \div \epsilon_\alpha)} \quad (3.11)$$

$$Z_\epsilon = \sqrt{(4 - \epsilon_\alpha) \div 3} \quad (3.12)$$

³Consultar a alínea 2.13.3 e figura 2.23 do capítulo 2

Factor de inclinação Z_β [1][13][14]:

Este factor é normalmente definido pela expressão (3.13), sendo o seu valor também obtido directamente por tabelas normalizadas⁴, em função da razão de condução e factor de condução.

$$Z_\beta = \sqrt{\cos\beta} \quad (3.13)$$

Factor de altura do contacto Z_B ⁵:

É calculado pela expressão (a)-(3.14), atendendo a (b)-(3.14) e (c)-(3.14).

$$(a) Z_B = \sqrt{\left(\frac{1}{\rho_r}\right)_W \div \left(\frac{1}{\rho_r}\right)_l}; (b) \left(\frac{1}{\rho_r}\right)_W = \frac{1}{T_1 W} + \frac{1}{T_2 W}; (c) \left(\frac{1}{\rho_r}\right)_l = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \quad (3.14)$$

3.2.3.3 Cálculo da pressão superficial de Hertz de funcionamento

Nesta etapa são calculados os factores de influência do funcionamento das engrenagens, traduzindo os possíveis problemas associados [1][12][13][14][15][16][17][30].

Os valores dos factores de influência a apresentar, podem também ser obtidos directamente por tabelas construídas com estudos experimentais, sendo para esse objectivo proposta a consulta da bibliografia indicada.

Pressão de Hertz de funcionamento σ_H :

Utilizando a pressão de base, é obtida a expressão geral para cálculo desta pressão (3.15).

$$\sigma_H = \sigma_{H0} \times \sqrt{K_A \times K_V \times K_{H\beta} \times K_{H\alpha}} \quad (3.15)$$

Cálculo dos factores de influência:

Factor de aplicação K_A [1][13][14][15][16]:

Este factor permite relacionar a flutuação da carga, conforme a natureza do órgão mandante e mandado. É possível ser obtido por cálculo, baseado no diagrama de carga variável e tomando a designação K_{A-B} , ou directamente por tabelas construídas com estudos experimentais⁶.

Assume também o valor de $K_A = 1$, quando é possível a obtenção do factor serviço C_{SH} , por sua vez calculado com base nos factores de segurança e de durabilidade. Este factor de serviço é obtido pela expressão (3.16), ou por tabelas construídas com estudos experimentais, em função do tempo e do factor de segurança; tomando este, os valores de $S_H = 1$ a 1,5, para um risco inferior a 1% de exteriorização⁷.

$$C_{SH} = (K_A \times S_H^2) \div Z_N^2 \quad (3.16)$$

Factor dinâmico K_V [1][13][14][15][16]:

Este factor traduz a influência as cargas dinâmicas sobre as engrenagens, normalmente provocadas por inércia dos órgãos, erros do dentado a velocidade, entre outros. É calculado em

⁴Consultar a bibliografia indicada, para estudo completo sobre este factor.

⁵Consultar a alínea 2.13.3 e figura 2.23 do capítulo 2

⁶Consultar a bibliografia indicada, para estudo completo sobre este factor.

⁷Consultar a bibliografia indicada, para estudo completo sobre este factor.

função das zonas de funcionamento das engrenagens, denominadas: sub-crítica, de ressonância principal, intermédia e super-crítica, definidas pela relação (3.17) e limitadas com os valores $N < 0,85$; $0,85 < N < 1,15$; $1,15 < N < 1,5$ e $N > 1,5$, respectivamente. Os parâmetros n_1 e n_{E1} , definem as velocidades: normal do pinhão e de ressonância principal da engrenagem ou crítica do pinhão, respectivamente⁸.

$$N = n \div n_{E1} \quad (3.17)$$

O método principal de cálculo deste factor, possível de aplicar na generalidade das engrenagens, permite obter o valor correspondente para cada uma das zonas referidas, sendo necessário conhecer previamente: a velocidade prevista de funcionamento, a precisão do dentado e a rigidez dos dentes e dos materiais utilizados.

a) Cálculo da relação (3.17):

O cálculo da velocidade de ressonância principal, ou velocidade crítica do pinhão n_{E1} , é obtido pela expressão (3.18), atendendo aos valores de m_{red} por (3.19), de M_1 por (a)-(3.20), m_2 por (b)-(3.20) e f_E por (3.21):

$$n_{E1} = [(30 \times 10^3) \div (\pi \times Z_1)] \times \sqrt{C_\gamma \div m_{red}} \text{ [rot/min]} \quad (3.18)$$

$$m_{red} = (m_1 \times m_2) \div (m_1 + m_2) \text{ [Kg/mm]} \quad (3.19)$$

$$(a) M_1 = J_1 \div r_{b1}^2 \text{ [Kg/mm]}; (b) m_2 = J_2 \div r_{b2}^2 \quad (3.20)$$

$$f_E = (1 \div 2 \times \pi) \times \sqrt{C_\gamma \div m} \text{ [ciclos/sec]} \quad (3.21)$$

É normalmente adoptado para cargas lineares baixas, o valor médio pela expressão (a)-(3.22), atendendo à condição (b)-(3.22):

$$(a) C_\gamma = c' \times (0,75 \times \epsilon_\alpha + 0,25) \text{ [N/mm} \times \mu\text{m]}; (b) (F_t \times K_A) \div b < 100 \text{ [N/mm]} \quad (3.22)$$

Também adoptado para cargas lineares: $c' \cong 14$ e $C_\gamma \cong 20 \text{ [N/(mm} \times \mu\text{m)]}$; com: $(F_t \times K_A) \div b > 100 \text{ [N/mm]}$.

b) Cálculo do factor dinâmico K_V em cada zona de funcionamento:

Para a zona de funcionamento sub-crítica, onde a maioria das engrenagens está inserida, este factor é obtido para o dentado direito e helicoidal pela expressão (3.23), atendendo à condição (3.24) e sendo os parâmetros f_F e K_{350} , obtidos por tabelas construídas com estudos experimentais⁹

$$K_V = f_F \times K_{350} \times N + 1 \quad (3.23)$$

⁸Consultar a bibliografia indicada, para estudo completo sobre este factor.

⁹Consultar a bibliografia indicada, para estudo completo sobre este factor.

$$((V - Z_1) \div 100) \times \sqrt{u^2 \div (u^2 + 1)} \leq 10[m/s] \quad (3.24)$$

Factor de distribuição de carga longitudinal $K_{H\beta}$ [1] [13] [14] [15] [16]:

Este factor permite implicar a influência da repartição não uniforme da carga, pelo comprimento total dos dentes em contacto, devendo-se este fenómeno principalmente a: distorção dos dentes, defeitos de paralelismo ou deformação do cárter ou apoios, entre outros. Para o cálculo deste factor são utilizadas fórmulas empíricas, envolvendo vários cálculos não apresentados, podendo ser abordados em detalhe nas obras e normas referenciadas.

Está contudo definido um método simplificado, atendendo às relações das dimensões das engrenagens e seus veios de apoio, assim como as seguintes condições¹⁰ [1]:

Para: $S/l < 0,1$ ou $< 0,3$; sendo as engrenagens montadas em cárteres rígidos, apoios rígidos e não haver correcção da hélice ou ser apropriada, é obtido: $K_{H\beta} = 1, 2$.

A expressão (3.25) é utilizada para as seguintes condições:
Rigidez $15 < C\gamma < 25$ [$N/(mm \cdot \mu m)$]; $50 < b < 400$ [mm]; relação b/h entre 3 e 12.

$$K_{H\beta} = \alpha + \beta \times (b \div d_1)^2 + \gamma \times b \quad (3.25)$$

Para dentados endurecidos superficialmente, é definida a qualidade 5, 6, 7 e 8, com: σ_{Hlim} entre 400 e 1000 [N/mm^2]; F_m/b entre 400 e 1000 [N/mm], com F_m obtido pela expressão (3.26).

$$F_m = F_t \times K_A \times K_V [N] \quad (3.26)$$

Para dentados temperados na totalidade, é definida a qualidade ; 4, 5 e 6, com: F_m/b entre 400 e 1000 [N/mm] e $b/d_1 < 1,5$.

Os parâmetros α , β e γ ; são obtidos por tabelas construídas com estudos experimentais¹¹.

Factor de distribuição de carga transversal $K_{H\alpha}$ [1][13][14][15][16][17]:

Este factor permite agora traduzir a não conformidade da repartição da força normal aos dentes, conforme apresentado na figura 2.23¹², provocada por erro do passo de base entre pinhão e roda.

É apresentado o seu cálculo, tendo em conta a razão de condução total, sendo obtido por várias expressões: com $\epsilon_\gamma \leq 2$, por (3.27), com $\epsilon_\gamma \geq 2$, por (3.28) e com (3.29) e Υ_α , obtidos por tabelas construídas com estudos experimentais.

$$K_{H\alpha} = (\epsilon_\gamma \div 2) \times [0,9 + 0,4 \times [(C_\gamma \times (f_{pb} - \Upsilon_\alpha) \div (F_{tH} \div b)]] \quad (3.27)$$

$$K_{H\alpha} = 0,9 + 0,4 \times [2 \times [(\epsilon_\gamma - 1) \div \epsilon_\gamma] \times [C_\gamma \times (f_{pb} - \Upsilon_\alpha) \div (F_{tH} \div b)]] \quad (3.28)$$

$$F_{tH} = F_t \times K_A \times K_V \times K_{H\beta} \quad (3.29)$$

¹⁰Consultar a bibliografia indicada, para estudo completo sobre este factor.

¹¹Consultar a bibliografia indicada, para estudo completo sobre este factor.

¹²Consultar a alínea 2.13.3 do capítulo 2

3.2.3.4 Cálculo da pressão superficial de Hertz admissível

É preconizado sobre a pressão de Hertz de funcionamento calculada na alínea anterior, que deverá ser inferior a um determinado valor de pressão superficial admissível $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$, sendo esta calculada pela expressão (3.30) [1][12][13][14][15][16][17][30]:

$$\sigma_{HP} = (\sigma_{Hlim} \div S_{Hmin}) \times Z_{NT} \times Z_L \times Z_R \times Z_V \times Z_W \times Z_X \quad (3.30)$$

Os valores dos factores de influência a apresentar, podem ser obtidos directamente por tabelas construídas com estudos experimentais, sendo nesse caso necessária a consulta da bibliografia indicada.

Cálculo dos factores de influência:

Limite de resistência para a pressão de Hertz do material σ_{Hlim} [1][13][14][16][17][30]:

Este factor é obtido em função do tipo de endurecimento e dureza superficial dos dentes, a profundidade do tratamento e tipos de materiais de construção e para o tipo de qualidade pretendida.

É um factor de extrema importância, devendo ser efectuada a perfeita selecção dos elementos relacionados, conforme indicado pela norma ISO 6336-5. São normalmente utilizadas tabelas construídas com resultados experimentais, conforme apresentado na figura D.4 do anexo D.2¹³[1].

Factor de segurança mínimo S_{Hmin} :

É normalmente adoptada a proposição ISO, com $S_{Hmin} = 1$, para uma fiabilidade normal [14].

Factor de durabilidade Z_{NT} [1][13][14][16][17]:

Este factor é definido em função do número de ciclos em carga N_L e os vários tipos de tratamento superficial dos dentes das engrenagens.

No geral das engrenagens, pode ser adoptado o valor de $Z_{NT} = 1$, se considerado existirem as condições óptimas da lubrificação, assim como dos materiais e funcionamento¹⁴.

Factor de influência da formação do filme de óleo - viscosidade Z_L [13][14][16][17]:

A viscosidade do óleo influencia directamente a capacidade e carga entre os dentes engrenados, sendo assim possível obter o valor deste factor em função desta característica do óleo e do limite de resistência para a pressão de Hertz do material, pela expressão (3.31), com C_{ZL} obtido por (3.32) e sendo:

$C_{ZL} = 0,83$, com: $\sigma_{Hlim} < 850$ ou $C_{ZL} = 0,91$, $\sigma_{Hlim} > 1200$ e a viscosidade cinemática ν [*cSt*(centistokes)] ou [mm^2/s], adoptada entre 40° e 50°.

$$Z_L = C_{LZ} + [4 \times (1 - C_{LZ}) \div (1,2 + 80 \div \nu_{50})^2] \quad (3.31)$$

$$C_{ZL} = (\sigma_{Hlim} \div 4375) + 0,6357 \quad (3.32)$$

¹³Consultar a bibliografia indicada, para estudo completo sobre este factor.

¹⁴Consultar a bibliografia indicada, para estudo completo sobre este factor.

Factor de influência da formação do filme de óleo - velocidade Z_V [13][14][16][17]:

Traduz o efeito da velocidade tangencial sobre a formação do filme de óleo, influenciando directamente a capacidade de carga entre os dentes engrenados. O seu cálculo é obtido em função da velocidade referida e do limite de resistência para a pressão de Hertz do material, pela expressão (a)-(3.33), atendendo a (b)-(3.33), para: $850 < \sigma_{Hlim} < 1200$.

$$(a) Z_V = C_{ZV} + [2 \times (1 - C_{ZV}) \div \sqrt{0,8 + 32 \div V}]; (b) C_{ZL} + 0,02 \quad (3.33)$$

Factor de influência da formação do filme de óleo - rugosidade Z_R [1][13][14][17]:

O seu cálculo deste factor é obtido em função da rugosidade superficial relativa, do raio de curvatura relativa e do limite de resistência para a pressão de Hertz do material, influenciando inversamente a capacidade de carga entre os dentes engrenados. A expressão (3.34) permite obter o seu valor, atendendo aos cálculos de (a)-(3.35), (b)-(3.35) e (c)-(3.35).

$$Z_R = (3 \div R_{Z10}) \times C_{ZR} \quad (3.34)$$

$$(a) C_{ZR} = 0,32 - 0,0002 \times \sigma_{Hlim}; (b) R_{Z10} = R_Z \times \sqrt{10 \div \rho_r}; (c) R_Z = (R_1 + R_2) \div 2 \quad (3.35)$$

Factor da relação das durezas Z_W [1][13][14][17]:

Relaciona o endurecimento superficial obtido pela roda no seu engreno, em função do acabamento superficial do pinhão.

É obtido pela expressão (3.36), em função da dureza da roda, tomando o valor $Z_W = 1$, para a dureza $> 400HB$.

$$Z_W = 1,2 - (HB_{roda} - 130) \div 1700 \quad (3.36)$$

Factor de dimensão Z_X [1][13][14][17]:

Traduz a influência da dimensão dos dentes, sobre a pressão de Hertz admissível, sendo normalmente adoptado $Z_X = 1$, para aços bem seleccionados e tratamento térmico e sua profundidade bem adoptados.

3.2.4 Curva de Wohler para a pressão superficial

A curva de Wohler relativa à pressão superficial para um material, traduz a variação da pressão superficial admissível em função do número de ciclos N_L , podendo ser considerada representativa, a curva obtida em função do factor de durabilidade Z_{NT} [1][13][14][17].

No presente trabalho não é realizada a análise em detalhe sobre este tema, sendo contudo proposta a consulta da bibliografia indicada, de forma a ser estudado o diagrama correspondente e realizadas as simulações pretendidas.

3.2.5 Método detalhado por Henriot para cálculo da pressão superficial

Para a simplificação dos cálculos da pressão superficial nos dentes, conforme cálculos propostos pela ISO e de forma a serem particularizadas as variadas situações de funcionamento real, é proposto por Henriot o método detalhado [1].

Para estudo aprofundado sobre este tema, é proposto a consulta da bibliografia indicada, podendo serem realizadas as simulações pretendidas sobre estes cálculos e feita a análise comparativa dos resultados, relativamente aos restantes [1].

3.3 Cálculo das tensões resultantes na raiz dos dentes

3.3.1 Introdução

O estudo da resistência à ruptura por fadiga dos dentes das engrenagens, representa uma etapa de grande importância no dimensionamento das engrenagens, necessitando o cálculo das tensões admissíveis na raiz dos dentes, uma abordagem profunda.

Na presente alínea são apresentados os estudos sobre os cálculos teóricos necessários à obtenção das tensões admissíveis na raiz dos dentes das engrenagens. Inicialmente é exposto o primeiro estudo conhecido sobre este tema, elaborado no final do século XIX por Lewis, sendo posteriormente apresentados os cálculos necessários para o estudo completo dos vários factores de influência no funcionamento das engrenagens, com base nas preconizações da norma ISO 6336 nas várias partes e metodologias propostas por Henriot, neste domínio [1][12][14][15][17][18][30].

Não são apresentados estudos comparativos entre os métodos de cálculo apresentados, sendo contudo feita a abordagem sobre os principais elementos de diferenciação.

3.3.2 Cálculo das tensões na raiz dos dentes, por Lewis

Para o cálculo das tensões nesta zona dos dentes, Lewis considerou a aplicação do cálculo normal da tensão numa viga encastrada de secção variável. Adoptou também como pressuposto a sua aplicação para o dentado direito, com apenas um dente em contacto e uma força constante aplicada no topo do dente e numa posição normal à envolvente de círculo [1].

Esta abordagem permite o cálculo das tensões nesta zona dos dentes, esquematizando de forma precisa a aplicação das forças envolvidas, sendo contudo limitada, não conjugando os factores de influência das engrenagens e do seu funcionamento.

No âmbito geral destes estudos, a contribuição deste método precursor foi de enorme importância, contribuindo ainda na actualidade para a compreensão simplificada da análise sobre a relação da distribuição das forças e tensões num dente.

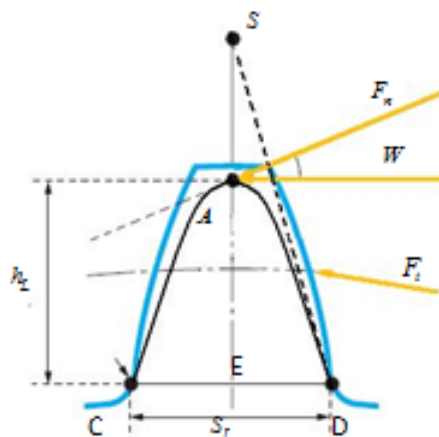


Figura 3.2: Aplicação das forças para cálculo da tensão na base do dente, por Lewis

Pela análise da figura 3.2, é possível obter a relação $SA = AE$ e considerando $W \cong F_t$; sendo conseguido o cálculo da tensão nesta zona dos dentes pela expressão (3.37); sendo também traduzida por (a)-(3.38), com o factor de forma de Lewis (b)-(3.38) [1].

$$\sigma_{bL} = (6 \times F_t \times h_L) \div (b \times S_L^2) \quad (3.37)$$

$$(a) \sigma_{bL} = (F_t \times \Upsilon_L) \div (b \times m_0); (b) \Upsilon_L = 6 \times (h_L \div m_0) \div (S_L \div M_0)^2 \quad (3.38)$$

3.3.3 Cálculo da tensão admissível na raiz dos dentes, pela ISO

3.3.3.1 Aplicação das forças nos dentes

O cálculo da tensão admissível nesta zona dos dentes, é previsto considerando todos os factores de influência importantes das engrenagens, sendo aplicados com pré-definições de condições teóricas, que procuram de forma geral responder à globalidade das aplicações práticas.

O método proposto por Henriot permite a adequação dos factores de influência globais, considerados pelos métodos indicados nas normas ISO, com critérios particulares de cálculo que procuram traduzir a diversidade das solicitações reais possíveis.

Esta primeira abordagem é relativa à aplicação das forças nos dentes, resultantes do seu contacto durante o engrenamento, pelo método proposto pela ISO. Neste âmbito é apresentado na figura 3.3 o posicionamento dos dois pontos que limitam a secção máxima na base dos dentes para cálculo da tensão resultante, assim como a aplicação da força de contacto. Os dois pontos são obtidos pelas tangentes aos raios das trocóides de concordância do pé dos dentes, posicionadas com uma inclinação de $[1][12][14][15][16][17][18][30]$.

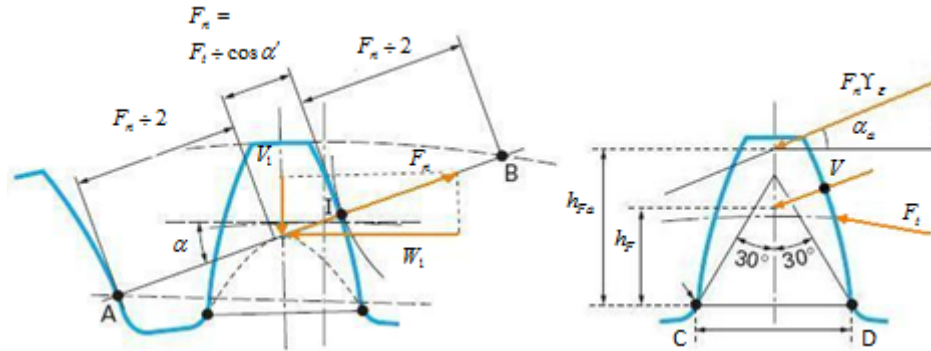


Figura 3.3: Aplicação das forças para cálculo da tensão na base do dente, proposição ISO

3.3.3.2 Etapas do cálculo da tensão de ruptura admissível na raiz dos dentes

No esquema apresentado na figura 3.4, são apresentadas as várias etapas para o cálculo da tensão admissível na raiz dos dentes e as variáveis necessárias.

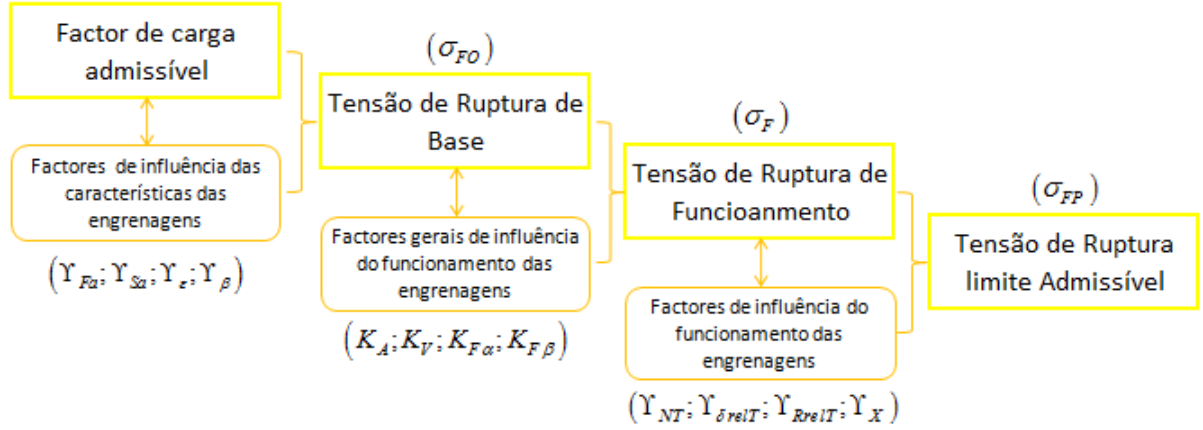


Figura 3.4: Etapas do cálculo da tensão de ruptura limite admissível

3.3.3.3 Cálculo da tensão de ruptura de base

Os valores dos factores de influência a apresentar, podem ser obtidos directamente por tabelas construídas com estudos experimentais, sendo nesse caso proposta a consulta da bibliografia indicada.

Tensão de ruptura de base σ_{F0} :

Esta tensão é calculada pela expressão (3.39), sendo o factor de carga admissível definido por (3.40).

$$\sigma_{F0} = (\text{Factor de carga admissivel}) \times Y_{Fa} \times Y_{Sa} \times Y_{\epsilon} \times Y_{\beta} \quad (3.39)$$

$$(\text{Factor de carga admissivel}) = F_t \div b \times m_n \quad (3.40)$$

Factor de forma Y_{Fa} (carga aplicada na cabeça do dente) [1][8]:

É obtido pela expressão (3.41), sendo necessário utilizar para o dentado helicoidal: α_{an} e S_{Fn} .

$$Y_{Fa} = [6 \times (h_{Fa} \div m \times \cos \alpha_a)] \div [(S_F \div m)^2 \times \cos \alpha] \quad (3.41)$$

Factor de forma Y_F (carga aplicada no ponto único de contacto) [1][18]:

É obtido pela expressão (3.42), sendo necessário utilizar para dentado helicoidal, o parâmetro α_{en} .

$$Y_F = [6 \times (h_F \div m \times \cos \alpha_e)] \div [(S_F \div m)^2 \times \cos \alpha] \quad (3.42)$$

Factor de condução Y_{ϵ} [1][18]:

É obtido pela expressão (a)-(3.43), sendo admitida pela ISO a relação (b)-(3.43):

$$(a) \ Y_{\epsilon} = 0,25 + (0,75 \div \epsilon_{\alpha}); \ (b) \ Y_F = Y_{Fa} \times Y_{\epsilon} \quad (3.43)$$

Este factor tem bastante influência neste cálculo, implicando na fórmula a distribuição da tensão pela extensão do contacto entre os dentes engrenados, entre os pontos A e B da linha

de condução, apresentados na figura 2.19.

Factor de inclinação Υ_β [1][8]:

Indica a o tipo de posicionamento da geratriz de contacto, em relação às razões de condução normal e associada à hélice dos dentes helicoidais, conforme apresentado na figura 3.5. É normalmente definido pela expressão (a)-(3.44), sendo definido o seu valor mnimo por (b)-(3.44).

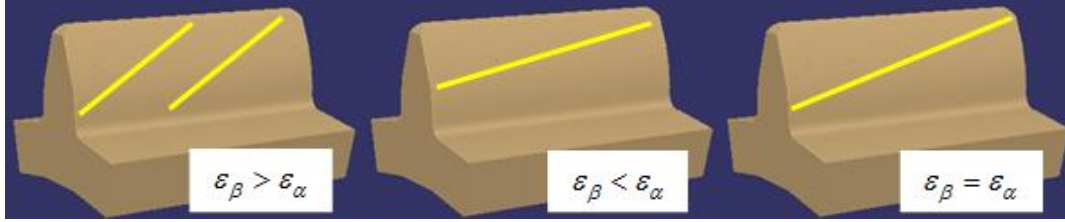


Figura 3.5: Posição da geratriz de contacto em relação a ϵ_β e ϵ_α

$$(a) \Upsilon_\beta = 1 - \epsilon_\beta \times (\beta \div 120); (b) \Upsilon_{\beta min} = 1 - 0,25 \times \epsilon_\beta \quad (3.44)$$

Factor de concentração de tensões Υ_{Sa} [1][18]:

Relaciona a influência do raio da trocói de concordância do pé, nos pontos que limitam a secção máxima na base dos dentes para cálculo da tensão resultante, conforme apresentado na figura 3.3, pelos pontos *C* e *D*, sendo o seu cálculo obtido pela expressão (a)-(3.45), com o valor de L_a calculado por (b)-(3.45)¹⁵.

$$(a) \Upsilon_{Sa} = (1,2 + 0,13 \times l_a)^{[1 \div (1,21 + (2,3 \div L_a))]}; (b) L_a = S_F / h_{Fa} \quad (3.45)$$

Para dentados rectificadados este factor aumenta, se não for previsto a utilização de ferramentas de desbaste do dentado (talhagem) com protuberância, sendo definido nesta situação o factor Υ_{sag} , pela expressão (3.46), com t_g e ρ_g representados na figura 3.6.

$$\Upsilon_{sag} = (\Upsilon_{sa} \times 1,3) \div (1,3 - 0,6 \times \sqrt{t_g \div \rho_g}) \quad (3.46)$$

Nesta figura são apresentados dois perfis de dentes (1) e (2), com e sem utilização de ferramentas com protuberância na operação de talhagem, respectivamente, sendo aí possível verificar a diferença sobre a reentrância provocada na peça pela mó de rectificação do dentado na zona da trocói de, em (2), condicionando assim esta zona sensível do dentado.

3.3.3.4 Cálculo da tensão de ruptura de funcionamento

Para a obtenção da tensão de ruptura de funcionamento, são aplicados os factores de influência de funcionamento das engrenagens, apresentados na alínea 3.2.3.3, à tensão de base σ_{F0} calculada na alínea anterior, sendo obtida a expressão (3.47):

$$\sigma_F = \sigma_{F0} \times \sqrt{K_A \times K_V \times K_{F\beta} \times K_{F\alpha}} \quad (3.47)$$

¹⁵Ver cálculo em detalhe, do factor Υ_{Fa}

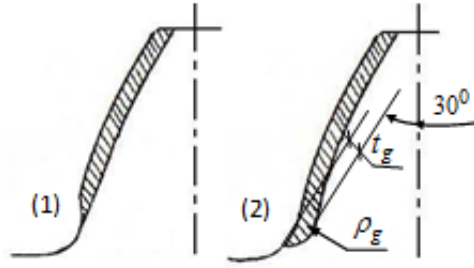


Figura 3.6: Espessura do dentado, com e sem efeito da protuberância na operação de talhagem

3.3.3.5 Cálculo da tensão de ruptura limite admissível

Cálculo dos factores de influência, segundo o método ISO:

Tensão de ruptura de funcionamento:

Segundo as preconizações ISO, a tensão de ruptura de funcionamento calculada anteriormente deve ser inferior a uma tensão de ruptura admissível $\sigma_F \leq \sigma_{FP}$, sendo utilizada a expressão (3.48) [1][12][14][16][17][18][30]:

$$\sigma_{FP} = (\sigma_{FE} \div S_{Fmin}) \times \Upsilon_{NT} \times \Upsilon_{\delta rel T} \times \Upsilon_{Rrel T} \times \Upsilon_X \quad (3.48)$$

Os valores dos factores de influência a apresentar, podem ser obtidos directamente por tabelas construídas com estudos experimentais, sendo proposta para cada caso, a consulta da bibliografia indicada.

Factor de resistência do material σ_{FE} [1][16][18]:

É obtido em função dos seguintes factores: tipo de endurecimento e dureza superficial dos dentes, profundidade do tratamento, tipo de materiais de construção, estrutura, impurezas, propriedades mecânicas e tensões residuais.

É um factor de muita importância, devendo ser efectuada a sua perfeita selecção, sendo normalmente utilizadas tabelas construídas com resultados experimentais, conforme apresentado na figura D.5, do anexo D.2 [1].

Factor de segurança efectivo S_F [1][16][18]:

É obtido em função dos factores: tipo de endurecimento e dureza superficial dos dentes, profundidade do tratamento, tipo de materiais de construção, estrutura, impurezas, propriedades mecânicas e tensões residuais e para os vários tipos de qualidade, baixa, média e alta. É definido pela expressão (3.49)¹⁶.

$$S_F = \sigma_{FP} \div \sigma_F \quad (3.49)$$

Factor de segurança mínimo S_{Fmin} [1][16][18]:

¹⁶Consultar a bibliografia indicada, para estudo completo sobre este factor.

É normalmente adoptada a proposição ISO, com $S_{Fmin} = 1$, para uma fiabilidade normal.

Factor de durabilidade Υ_{NT} [1][16][17][18]:

Este factor é definido em função do número de ciclos em carga N_L e os vários tipos de tratamento superficial dos dentes das engrenagens. Na sua aplicação, condiciona o valor da tensão de ruptura admissível em função destes dois parâmetros. O seu valor, é normalmente obtido directamente por tabelas construídas com estudos experimentais.

Factor de sensibilidade ao corte $\Upsilon_{\delta relT}$ [1][16][17][18]:

Após o cálculo apresentado anteriormente do factor geométrico de concentração de tensões Υ_{Sa} , para obtenção da tensão de ruptura na zona do pé do dente, é necessário para os diferentes materiais, numa análise dinâmica e estática, definir os pontos para os quais a concentração das tensões está abaixo dos limites de resistência do material e abaixo da resistência estática, tendo como referencia os casos da ruptura por fadiga e por sobrecarga, respectivamente. O seu valor, é normalmente obtido directamente por tabelas construídas com estudos experimentais.

Factor de rugosidade Υ_{RrelT} [1][16][17][18]:

É obtido com base em tabelas construídas com estudos experimentais, em função do valor da rugosidade média na zona do pé do dente, sendo aí considerado como referência o valor de $R_Z = 10 \mu m$ ¹⁷.

Factor de dimensão Υ_X [1][16][17][18]:

Traduz a influência da dimensão dos dentes, sendo o seu valor normalmente obtido directamente por tabelas construídas com estudos experimentais.

Tem como referência a variação inversa entre a resistência nos dentes e a dimensão dos mesmos e depende do tipo de material, tratamento térmico adoptado e do módulo.

3.3.3.6 Curva de Wohler para a tensão de ruptura admissível

A curva de Wohler relativa a esta tensão, conforme as proposições ISO traduz a variação do limite de resistência do material σ_{FE} em função do número de ciclos N_L . Pode também ser obtida em função do factor de durabilidade Υ_{NT} , no caso do método detalhado proposto por Henriot [1].

Não é realizada neste trabalho a análise em detalhe sobre este tema, sendo contudo proposta a consulta da bibliografia indicada, para estudo dos diagramas correspondentes e realização das simulações pretendidas.

¹⁷Consultar a bibliografia indicada, para estudo completo sobre este factor.

Capítulo 4

Principais defeitos dos dentados e tipos de controlos, de engrenagens cilíndricas de dentado exterior

4.1 Introdução e índice das variáveis

As abordagens aqui apresentadas, pretendem no âmbito dos temas desenvolvidos nos capítulos 5 e 6 do presente trabalho, contextualizar no respeitante aos principais tipos de defeitos dos dentados, sobre as suas designações e principais influências no engrenamento. É assim feita a abordagem resumida, no respeitante à qualidade das superfícies de referência para a montagem e controlo das engrenagens, sobre os erros dos perfis, hélices e da divisão dos dentes e sobre a posição dos eixos das engrenagens.

As designações e nomenclatura usadas, são preconizadas pelas normas ISO 1328 - partes 1 e 2, 10064 e 10604 e suas correspondentes [1][9][11][19][20][21][22][33].

As fórmulas utilizadas nos vários domínios abordados neste capítulo, são apresentadas no apêndice B, sendo as preconizadas particularmente para o cálculo dos principais erros das características dos dentados, apresentadas nas tabelas das figuras B.2 e B.3 desse apêndice.

O índice das variáveis é apresentado na tabela 4.1.

4.2 Definição dos eixos e superfícies de referência das rodas dentadas

4.2.1 Definição dos eixos e Superfícies de referência

É importante a correcta definição dos eixos de referência das rodas dentadas, cujos definem também os centros das superfícies de referência destas, com base nas quais são executados e posteriormente controlados os dentados.

No caso particular das engrenagens utilizadas nos estudos apresentados no capítulo 6 do presente trabalho, os seus dentados são referenciados, pelos métodos b e c, apresentados na figura 4.1, para os pinhões arvorados e rodas, respectivamente [1][11].

L_{AF} - Comprimento utilizável	F_p - Erro total da divisão
L_{AE} - Comprimento activo	F'_i - Erro composto tangencial
L_α - Comprimento de exploração	f'_i - Erro de salto de dente tangencial
F_α - Erro total do perfil	F_r - Falso redondo
$f_{f\alpha}$ - Erro de forma do perfil	F''_i - Erro composto radial
$f_{H\alpha}$ - Erro de inclinação do perfil	f''_i - Erro de salto de dente radial
L_β - Comprimento da exploração dos desvios da hélice	Δ_a - Desvio do entre-eixo
F_β - Erro total da hélice	$f_{\Sigma\delta}$ - Erro de inclinação dos eixos
$f_{f\beta}$ - Erro de forma da hélice	$f_{\Sigma\beta}$ - Erro de desvio dos eixos
$f_{H\beta}$ - Erro de inclinação da hélice	$inv\alpha''$ - Involuta do ângulo de pressão de funcionamento no controlo radial
f_{pt} - Erro individual do passo circular aparente	X'_I - Coeficiente de desvio da roda dentada no controlo radial
F_{pk} - Erro acumulado do passo num sector de k passos	$E_s k$ - Desvio da espessura dos dentes
f_u - Erro consecutivo do passo	R_s - Espessura dos dentes
	J_n - Folga normal entre os dentes

Tabela 4.1: Índice das variáveis - Capítulo 4

Método a) - É muito utilizado no caso do controlo dos pinhões arvorados, não devendo ser adoptado posteriormente a operações de acabamentos superficiais das correspondentes superfícies de apoio funcionais.

Método b)- Traduz a definição do eixo por dois pontos, sendo estes, os centros de dois círculos definidos em duas superfícies cilíndricas ou cónicas curtas, de apoio funcional do veio. Deve ser garantido que as superfícies cilíndricas sejam curtas o suficiente, de forma que cada uma separadamente, não defina por si só um eixo separado.

Método c)- Consiste na definição do eixo de referência, por uma superfície longa de referência, cilíndrica ou cónica.

Método d)- Define a posição do eixo de referência pelo centro de um círculo referenciado numa superfície cilíndrica curta e a sua direcção, por uma face exterior de referência, perpendicular ao eixo definido.

4.2.2 Qualidade superficial das superfícies de referência

A precisão das superfícies de referência das rodas dentadas, dependem da qualidade exigida das rodas dentadas, sendo adoptados limites para os seus erros, inferiores aos aplicados nas características a controlar nos dentes, individualmente. O seu valor, deve estar indicado no plano da roda dentada.

As tolerâncias de forma destas superfícies funcionais de montagem, não devem exceder valores obtidos pela aplicação das fórmulas apresentadas na tabela da figura B.1 do apêndice B. preconizadas pela ISO 10064 e 10604, nas várias partes [1][20].

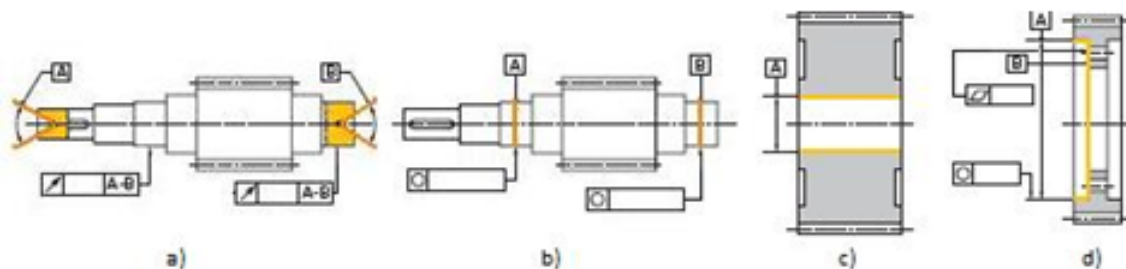


Figura 4.1: Eixos de referência para controlo das rodas dentadas

4.3 Denominações principais sobre a identificação das posições dos dentes

São representados na figura 4.2, os perfis dos dentes exteriores e interiores, nas correspondentes vistas de frente das faces de referência, com a simbologia utilizada na caracterização das denominações descritas a seguir, para a identificação das posições dos dentes [1][9][10][11][20]:

Flancos dos dentados: São definidos, observando a peça de frente pela face lateral de referência, de forma que a cabeça do dente a observar fique posicionada para cima, correspondendo directamente os flancos à direita e à esquerda desta, com os flancos direito e esquerdo da roda dentada.

Dentado helicoidal à direita e à esquerda: É definido dentado helicoidal à direita ou à esquerda, quando os perfis aparentes apresentarem a sua inclinação no sentido dos ponteiros dos relógios e no sentido contrário, respectivamente, tendo como referência uma face da roda dentada. A sua identificação é efectuada pelas letras *r* e *l*, para os dentados à direita e à esquerda, respectivamente.

Numeração dos dentes e flancos: Os dentes são numerados de ordem crescente no sentido dos ponteiros dos relógios, observando a peça de frente pela face lateral de referência. Quando pretendido associar à numeração, o flanco pretendido, é colocado à direita do número do dente as letras *R* ou *L*, caso de trate do flanco direito ou esquerdo, respectivamente.

Numeração dos passos: A numeração dos passos individuais, é efectuada de ordem crescente no sentido dos ponteiros dos relógios, observando a peça de frente pela face lateral de referência, correspondendo ao passo de um determinado dente *N*, ao espaço entre os números *N-1* e *N*. A indicação do flanco é definida com as letras *R* ou *L*, caso se trate do flanco direito ou esquerdo, respectivamente



Figura 4.2: Denominações principais dos dentes (vistas de frente das faces de referência)

4.4 Erros dos perfis dos dentados

4.4.1 Zonas de exploração dos perfis

Comprimento utilizável L_{AF} : Compreende a distância entre o limite da trocóide do pé na concordância com a envolvente de círculo, até ao início do chanfro da cabeça, ou ao limite superior do diâmetro da cabeça.

Comprimento activo L_{AE} : Compreende a distância entre o diâmetro activo do pé, diâmetro definido pela conjugação do diâmetro da cabeça da roda contrária engrenada, até ao início do chanfro da cabeça, ou ao limite superior do diâmetro da cabeça. Define a parte activa do perfil.

Comprimento de exploração L_{α} : Compreende a parte do comprimento activo utilizável, definido pela classe de precisão especificada para determinada roda dentada. O valor preconizado, é $L_{\alpha} = L_{AE} \times 92\%$, salvo em situações com indicações específicas em contrário, com início no ponto correspondente ao diâmetro activo, conforme ponto *E* da figura 4.3.

Sobre a avaliação da parte restante do comprimento ($8\% \times L_{AE}$), localizada na zona do limite superior do diâmetro da cabeça, são aplicadas as seguintes regras de interesse:

- Se existe excesso de matéria, aumentando o desvio (desvio positivo), esse comprimento deve ser avaliado.
- Se não existe excesso de matéria, (desvio negativo), deverá ser aplicada uma tolerância correspondente a três vezes a especificada e caso não haja indicações específicas em contrário.

Na figura 4.3, são apresentadas as zonas descritas anteriormente, relacionando os diâmetros de referência com o traçado efectivo do flanco:

A - Diâmetro da cabeça ou início do chanfro da cabeça.

C - Ponto relativo à intersecção com o diâmetro primitivo.

E - Ponto do início do perfil activo (de conjugação do diâmetro da cabeça da roda contrária engrenada).

F - Início do perfil utilizável (ponto de concordância entre a envolvente de círculo e a trocóide de concordância do pé).

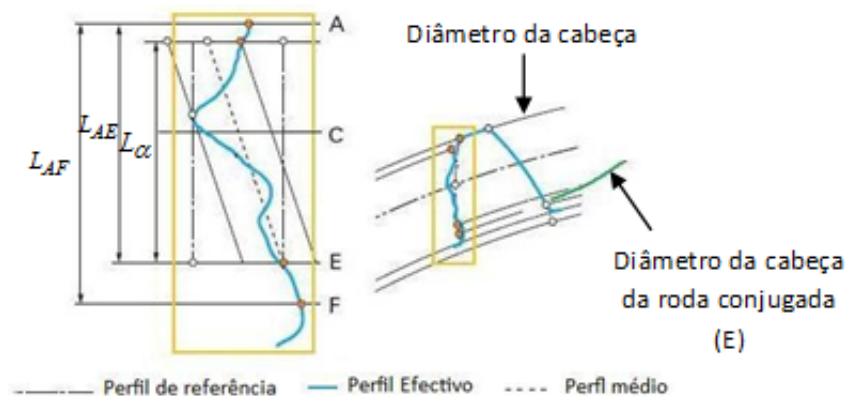


Figura 4.3: Zonas de exploração dos perfis

4.4.2 Erros dos perfis

Os erros dos perfis dos dentados, apresentados esquematicamente na figura 4.4, traduzem a diferença entre os perfis efectivos (do traçado real do perfil) e os perfis de concepção, sendo definidos no plano aparente, normal ao eixo e ao perfil em envolvente de círculo. É convencional denominarem-se erros positivos, quando existe excesso de matéria e negativos para a situação contrária [1][9][10][11][12][20].

Perfil de concepção : É o perfil especificado no desenho da peça, sendo normalmente o perfil definido no plano aparente. Nas actuais máquinas de controlo do dentado, este controlo não é comum ser sempre apresentado no relatório do controlo.

Erro total do perfil F_α : É a distância entre dois traçados paralelos do perfil de referência, que compreendem entre si o traçado efectivo do perfil, no comprimento de exploração L_α .

Perfil médio: É o traçado utilizado para a determinação dos desvios de forma e de inclinação do perfil, conseguida com base nas coordenadas do perfil de concepção e obtido pelo método das médias quadradas ao longo do comprimento da zona de exploração, calculando a soma dos quadrados dos desvios do traçado efectivo.

É objectivo de serem obtidas diferenças mínimas entre estes resultados relativamente ao perfil médio, sendo obtida uma linha direita ou curva, inclinada, conforme a linha de referência do perfil, seja curva ou recta, respectivamente.

Erro de forma do perfil $f_{f\alpha}$: É a distância entre dois traçados paralelos ao traçado do perfil médio, que compreendem entre si o traçado efectivo do perfil, no comprimento de exploração L_α , traduzindo a amplitude da ondulação do perfil efectivo.

Este erro, que traduz a amplitude da ondulação do perfil efectivo, é normalmente originado pelo estado da ferramenta de corte (desgaste da aresta de corte) ou pelo seu posicionamento excêntrico, provocando esforços alternados na roda dentada a maquinar, para além das irregularidades do sistema de divisão e vibrações da máquina.

Erro de inclinação do perfil $f_{H\alpha}$: É a distância entre dois traçados paralelos do perfil de referência, que cortam as extremidades do traçado do perfil médio, no comprimento de exploração L_α .

É normalmente causado por um erro do ângulo de pressão ou excentricidade do círculo de base dos dentes da roda dentada, devidos à não coincidência dos círculos de primitivos de referência da peça e da ferramenta na operação de talhagem. Em operações de acabamento do dentado, é normalmente causado pela geometria da ferramenta de corte.

Na figura D.6 do apêndice D.3 é apresentado um relatório de controlo das características dos perfis apresentadas esquematicamente na figura 4.4.

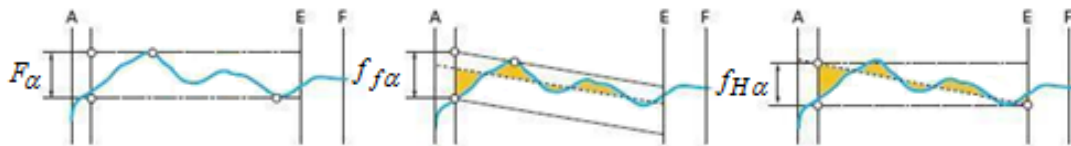


Figura 4.4: Representação dos erros dos perfis

4.5 Erros das hélices do dentado

4.5.1 Zonas de exploração das hélices

Comprimento da exploração dos desvios da hélice L_β : É o comprimento do traçado total da hélice, que traduz o comprimento da largura do dente, limitado nas suas extremidades, em 5% desse valor, ou de um valor igual ao módulo da correspondente peça; podendo ainda serem adoptados outros valores, mediante preconizações específicas relativamente à peça em particular [1][9][10][11][12][20].

Nestas duas zonas das extremidades dos dentes, são aplicadas as seguintes regras de interesse:

- a)- Se existe excesso de matéria, aumentando o desvio (desvio positivo), esse comprimento deve ser avaliado.
- b)- Se não existe excesso de matéria, (desvio negativo), deverá ser aplicada uma tolerância correspondente a três vezes a especificada para a avaliação do comprimento da hélice L_β e caso não haja indicações específicas em contrário.

Hélice de concepção: É o traçado que corresponde às especificações do desenho da peça, sendo normalmente representado por uma linha.

4.5.2 Erros das hélices

Os erros das hélices dos dentados, representados na figura 4.5, traduzem a diferença entre as hélices efectivas (do traçado real do hélice) e as hélices de concepção, sendo definidas na direcção das tangentes ao círculo de base e no plano aparente.

Assim como para o caso dos perfis, é convencionado denominarem-se desvios positivos quando existe excesso de matéria e desvios negativos, na situação contrária [1][9][10][11][12][20].

Hélice média de um flanco: É o traçado utilizado para a determinação dos desvios de forma e de inclinação da hélice, sendo conseguido com base nas coordenadas da hélice de concepção e obtido pelo método das médias quadradas ao longo do comprimento da zona de exploração, pelo cálculo da soma dos quadrados dos desvios do traçado efectivo. É objectivo que as diferenças destes resultados relativamente a hélice média, sejam mínimos, sendo obtida uma linha inclinada, direita ou curva, conforme a linha de referência da hélice, seja curva ou recta, respectivamente.

Erro total da hélice F_β : É a distância entre dois traçados paralelos da hélice de referência, que compreendem entre si o traçado efectivo do perfil, no comprimento de exploração L_β .

Erro de forma da hélice $f_{f\beta}$: É a distância entre dois traçados paralelos ao traçado da hélice média, que compreendem entre si o traçado efectivo do hélice, no comprimento de exploração L_β . É normalmente originado pelas razões enunciadas anteriormente sobre o defeito de forma do perfil.

Erro de inclinação da hélice $f_{H\beta}$: É a distância entre dois traçados paralelos da hélice de referência, que cortam as extremidades do traçado da hélice média, no comprimento de exploração L_β .

Na operação de talhagem, este desvio é provocado pela trajectória não conforme da ferramenta de talhar no seu movimento de avanço axial, devido a afinação ou problemas da máquina ferramenta. Nas operações de acabamento, é devido normalmente a um erro do ângulo da hélice, pela posição incorrecta da ferramenta de corte, na máquina.

Na figura D.7 do apêndice D.3, é apresentado um relatório de controlo das características das hélices, apresentadas esquematicamente na figura 4.5.

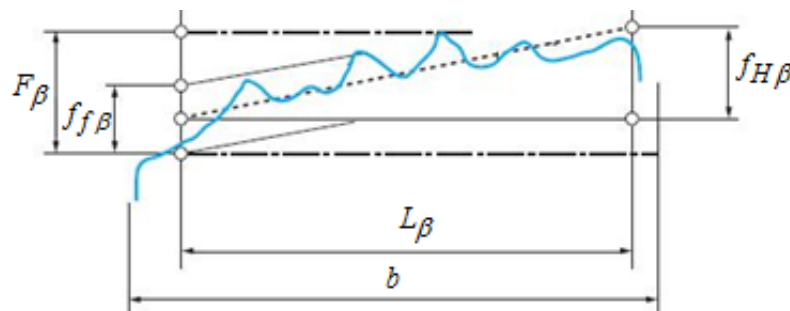


Figura 4.5: Representação das zonas de controlo e erros das hélices

4.6 Erros da divisão do dentado

Os erros da divisão dos dentados, representados na figura 4.6, traduzem as diferenças algébricas da divisão entre os dentes e relativamente aos valores de referência. Têm uma forte influência da excentricidade do dentado, assim como também dos erros dos perfis e hélices [1][9][10][11][12][20].

Estes erros ocorrem na maior parte das situações por posicionamento excêntrico da roda dentada na operação de talhagem, por defeito do sistema de divisão da máquina ferramenta desta operação ou por erros de divisão da própria ferramenta de corte.

Erro individual do passo circular aparente f_{pt} : Representa a diferença algébrica entre o valor efectivo de um passo e o seu valor de referência teórico, no plano aparente. O seu cálculo é efectuado num diâmetro concêntrico com o eixo de referência do dentado da peça, normalmente no seu círculo primitivo. Quando é considerado um círculo de controlo diferente deste, é considerado como passo teórico, a média dos passos circulares efectivos sucessivos.

Erro acumulado do passo num sector de K passos f_{pk} : Representa a diferença algébrica entre o comprimento efectivo e o comprimento de referência teórico, de um arco de círculo correspondente a $k \times p$, sendo igual ao somatório dos desvios individuais dos k passos correspondentes.

O comprimento preconizado para esta avaliação, salvo excepções, deve ser $\geq 1/8$ da circunferência da roda a controlar e os valores admissíveis dos erros destes sectores, aplicam-se para comprimentos com um número de passos compreendido entre Z e $Z/8$. Sobre o número de passos k a adoptar para este controlo, é no geral considerado suficiente um valor próximo de $Z/8$, devendo contudo ser especificado o seu valor para engrenagens especiais, como as sujeitas as grandes rotações ou com outras exigências particulares.

Erro consecutivo do passo f_u : Representa a diferença algébrica entre dois desvios consecutivos individuais do passo, (entre os dentes N e $N - 1$).

Erro total da divisão F_p : Representa o valor máximo dos erros dos passos acumulados, num comprimento de leitura $K = Z$.

Na figura D.8 do apêndice D.3, é apresentado um relatório de controlo das características apresentadas na figura 4.6.

4.6.1 Erro composto e salto de dente, tangenciais

Erro composto tangencial F'_i : Este tipo de medição, representada na figura 4.7, é realizada com o engrenamento da roda a controlar e uma roda padrão, com o entre-eixo calculado de forma a proporcionar o contacto de apenas um flanco, durante o movimento e rotação. O controlo é efectuado durante uma rotação completa deste conjunto, com o flanco a controlar em permanente contacto com uma leve pressão e baixa rotação. Este controlo pode substituir a medição do erro acumulado da divisão F_p e mesmo f_{pt} , dado haver uma equivalência dos resultados obtidos.

O erro obtido é resultado da conjugação dos erros de F_p e F_r e das variações dos valores das espessuras dos dentes, da roda dentada a controlar.

A precisão do dentado da roda padrão, tem influência directa no resultado da medição final

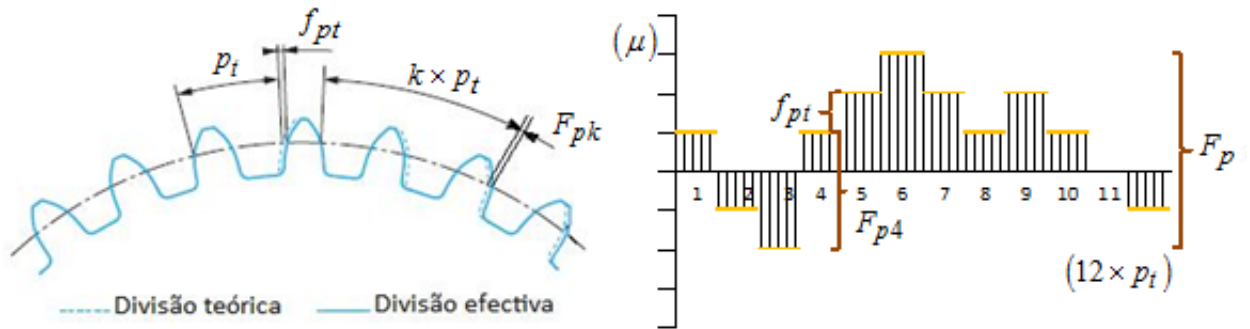


Figura 4.6: Controlo da divisão - esquema (esquerda) e exemplo de diagrama de controlo (direita)

da roda a controlar, podendo os seus desvios ser desprezados no cálculo dos erros obtidos, para uma qualidade no mínimo três graus superior à da roda a controlar [1][9][10][11][19][20][21][22].

Erro de salto de dente tangencial f'_i : Corresponde ao valor máximo obtido do erro composto tangencial, na rotação de um passo. O seu valor resulta do efeito combinado dos erros de F_β e $f_{f\beta}$ e das variações dos valores das espessuras dos dentes, da roda dentada a controlar.

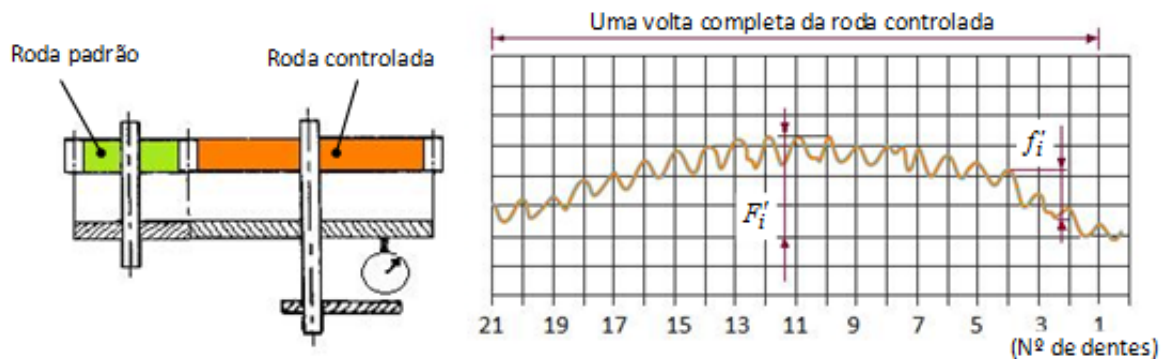


Figura 4.7: Erro da excentricidade do dentado

4.7 Erro da excentricidade do dentado

4.7.1 O falso redondo F_r

O falso redondo do dentado ou batimento radial, representado esquematicamente na figura 4.8, é traduzido pela diferença entre as posições radiais mínima e máxima obtidas

pela apalpação sucessiva dos espaços entre dentes, numa rotação completa da roda dentada, por intermédio de um meio auxiliar de medição, sob a forma de esfera ou cilindro. O seu valor corresponde a aproximadamente duas vezes o valor da excentricidade do dentado, medido num plano normal relativamente ao seu eixo de referência [1][9][10][11][12][19][20][21][22].

O contacto de apalpação durante o controlo, deve ser feito simultaneamente nos flancos direito e esquerdo dos dentes, no diâmetro primitivo, sendo incluído desta forma o erro dos desvios da divisão dos dois flancos dos dentes.

As causas que provocam este erro são normalmente a posição excêntrica da peça na operação anterior a este controlo e o mecanismo divisor da máquina, na operação da talhagem. Dado a ondulação obtida no diagrama de controlo, ter uma frequência normalmente baixa, não tem influência no ruído de funcionamento, tendo contudo influência sobre a velocidade angular da engrenagem. Este controlo não dá indicação separada sobre os erros individuais e compostos para cada flanco, limitando assim a sua utilização na análise funcional da roda dentada, sendo a sua aplicação importante no controlo de rodas padrão utilizadas em controlos radiais do engrenamento.

Na figura D.9 do apêndice D.3, é apresentado um relatório de controlo desta característica.

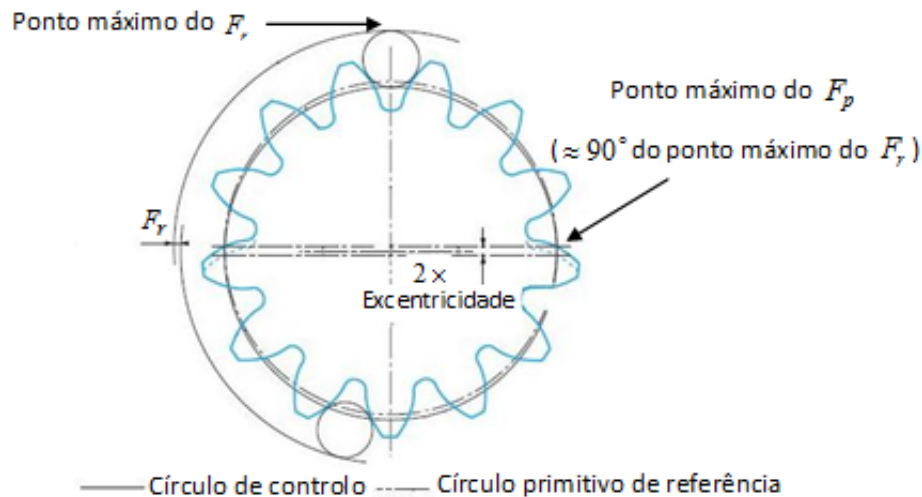


Figura 4.8: Controlo do falso redondo

4.7.2 Erro composto e salto de dente, radiais

Erro composto radial F_i'' : Este controlo é conseguido pela utilização de um equipamento específico sobre o qual é colocada a roda dentada a controlar engrenada com uma roda dentada padrão, sendo uma delas, posicionada num veio de suporte fixo e outra numa base móvel. Esta base deve proporcionar um engrenamento permanente sem jogo com uma pressão entre as duas rodas, sendo normalmente conseguido através da utilização de uma mola permanente, conforme representado na figura 4.9. O controlo é realizado com uma rotação completa da roda a controlar.

A roda padrão a utilizar, deve proporcionar neste engrenamento um comprimento da linha de acção activa inferior à linha de acção activa da roda a controlar. Os desvios desta roda

padrão, são preconizados pela norma ISO 1328 - parte 2, podendo ser desprezados no cálculo dos erros obtidos, para uma qualidade no mínimo três graus superior à da roda a controlar. No caso do dentado helicoidal, a sua construção deve ser definida de forma que a razão de condução complementar deve ser $\epsilon_\beta \leq 0,5$, relativamente ao engrenamento com a roda a controlar.

O valor deste desvio corresponde à diferença máxima do entre-eixo de funcionamento no controlo de a' , registada na medição de uma rotação completa da roda a controlar, engrenada sem jogo com a roda padrão. O resultado obtido, resulta da conjugação dos erros de F_p e F_r e das variações dos valores das espessuras dos dentes, da roda dentada a controlar [1][9][10][11][12][19][20][21][22].

Erro de salto de dente radial f_i'' : Corresponde à variação máxima do entre-eixo de funcionamento do controlo a' , num passo, após a avaliação de uma rotação completa da roda a controlar. O seu valor não deve ultrapassar o valor admissível para o controlo.

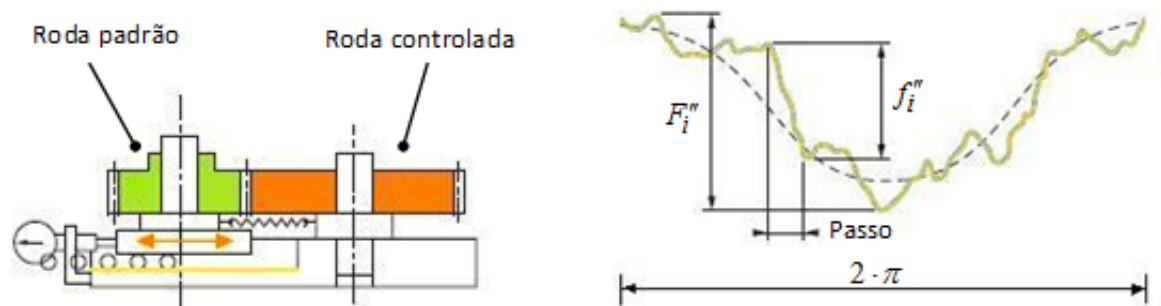


Figura 4.9: Esquema do controlo do desvio composto radial (esquerda) e diagrama do controlo (direita)

4.8 Desvio do entre-eixo e do paralelismo dos eixos das engrenagens

A determinação das tolerâncias, tanto do entre eixo, como do paralelismo entre os eixos, é de grande importância, de forma a ser garantido o jogo de batimento e alinhamento entre os dentes e de acordo com a precisão exigida da engrenagem.

As fórmulas preconizadas para o cálculo dos valores dos desvios aqui abordados, são apresentadas na tabela da figura B.3 do apêndice B [1][9][10][11][20].

Desvio do entre-eixo Δa : O desvio admissível do entre-eixo é definido com base no jogo de batimento mínimo necessário e das folgas admissíveis entre a cabeça de cada roda com a trocói de concordância da roda conjugada.

Erro de inclinação dos eixos $f_{\Sigma\delta}$: Desvio controlado no plano comum aos eixos das engrenagens, utilizando a maior distância entre apoios das duas árvores e um apoio da árvore contrária. No caso de ambas as distâncias entre apoios ser idêntica, é utilizada a árvore dos

pinhões e um dos apoios da árvore de apoio da roda, conforme representado na figura 4.10.

Erro de desvio dos eixos $f_{\Sigma\beta}$: Este desvio é controlado no plano perpendicular ao plano comum dos eixos das engrenagens e está ligado ao desvio da hélice.

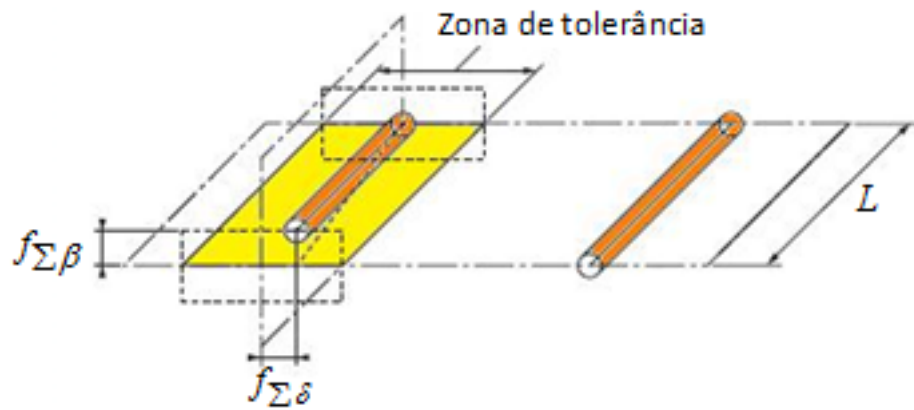


Figura 4.10: Esquema do controle do desvio do entre-eixo e do paralelismo dos eixos das engrenagens

Capítulo 5

Análise estrutural de engrenagens cilíndricas de dentado exterior pelo MEF

5.1 Introdução

A compreensão sobre a distribuição das tensões nos dentes, provocadas pelas forças de acção resultantes dos contactos exercidos entre os dentes dos pinhões e rodas durante o engrenamento, é de grande importância tanto na fase de projecto, tendo em conta as decisões sobre os critérios de geometria e dimensionamento, assim como no seu seguimento durante e após fabrico, na análise da sua conformidade.

Neste âmbito, com base na aplicação do MEF, pelo software CATIA®, são agora apresentadas análises estruturais de engrenagens cilíndricas de dentes exteriores direitos e helicoidais com construção do perfil em envolvente de círculo, efectuadas a dentes e rodas dentadas isoladamente e a conjuntos de pinhões e rodas engrenados.

Estas análises enquadram diferentes tipos de condições de fronteira e solicitações, procurando em comum o estudo dos valores obtidos das tensões de maior valor e sua distribuição nos dentes em esforço, acima e abaixo da zona da raiz do dente, tendo presente o objectivo de serem avaliadas as diferenças e respectivos factores de influência. As primeiras análises são referentes a estudos com dentes e rodas, isoladamente, sendoos dentes solicitados nos seus flancos com forças aplicadas em faixas, nos vários diâmetros e as rodas solicitadas num número de dentes correspondente à razão de condução adoptada. Posteriormente são analisados os conjuntos pinhão e roda engrenados e em esforço, solicitados com um momento cujo valor é correspondente ao aplicado no estudo experimental apresentado no capítulo 6 do presente trabalho. Estas duas últimas análises apresentam resultados mais ambicionados, dado serem menos comuns no âmbito de estudos técnicos.

É realizada também uma simulação, com o objectivo da verificação da influência de desvios das características do dentado: falso redondo e divisão, nos resultados da distribuição das tensões nos dentes e veios de apoio, simulando os erros das peças utilizadas no estudo experimental e ensaio, apresentados no capítulo referido atrás. Num estudo final, é efectuada a simulação com parâmetros do engrenamento de valores reais, indicados pelo fabricante, com o objectivo da comparação dos valores e validação dos modelos utilizados nas várias análises.

Os modelos das engrenagens aqui apresentados reproduzem o pinhão e roda de terceira

velocidade utilizados no estudo experimental referido atrás, assim como também utilizadas nas várias simulações, forças e momentos com os mesmos valores aí atingidos.

As variáveis referidas neste capítulo, são apresentadas nas alíneas 2.2 e 3.2.1 dos capítulos 2 e 3, respectivamente.

5.2 O Método dos Elementos Finitos MEF

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma análise matemática que consiste de uma forma genérica, na discretização de um meio contínuo em pequenos elementos, mantendo as mesmas propriedades do meio original. Esses elementos são descritos por equações diferenciais e resolvidos por modelos matemáticos, sendo assim obtidos os resultados.

Este é um método eficiente e confiável utilizado na generalidade dos projectos de engenharia. É utilizado para analisar cargas, tensões e deslocamentos, sendo uma ferramenta extremamente valiosa no desenvolvimento de construções, determinando o seu comportamento estrutural e garantindo que não haverá falhas nas condições possíveis de solicitação.

Neste método existem duas partes fundamentais, a formulação onde se obtêm os deslocamentos, o equilíbrio, a mista e a híbrida, e a solução onde se obtêm a rigidez, a flexibilidade e a mista.

No presente trabalho este método é utilizado para a análise de modelos tridimensionais de dentes direitos e helicoidais, quanto às tensões ocorridas no seu corpo, isolada e integralmente com a respectiva roda, em função das determinadas condições de fronteira adoptadas [28][29].

5.3 Construção do dentado em envolvente de círculo

5.3.1 Construção dos perfis dos dentes

Para a construção geométrica do perfil dos dentes em envolvente de círculo, aqui apresentados nos modelos tridimensionais com o software CACTIA[®], foram adoptadas as relações e fórmulas apresentadas no capítulo 2 do presente trabalho, para as quatro zonas de construção¹ [28][29].

5.3.1.1 Arco de circunferência do pé

Para a construção desta zona do dente, foi adoptado o diâmetro do pé do pinhão de terceira velocidade utilizado nos ensaios experimentais apresentados no capítulo 6, tendo em conta a sua concordância com as trocóides de cada um dos flancos.

5.3.1.2 Trocóide de concordância do pé

Para a construção desta curvatura de concordância do pé, foi definido um raio de concordância com base na fórmula de referência indicada pelo método ISO, sendo contudo utilizado para os cálculos respectivos o módulo normal (m_n)².

¹Consultar a alínea 2.7 do capítulo 2

²Consultar a alínea 2.7.3 do capítulo 2

5.3.1.3 Arco de circunferência da cabeça

Para a construção desta zona, foi adoptado o diâmetro da cabeça do dente seleccionado, tendo em conta a sua concordância com a curva em envolvente de cada um dos flancos.

5.3.1.4 Envolvente de círculo

Esta zona do perfil é posicionada entre o raio de concordância e o arco de círculo do diâmetro da cabeça sendo definida com base nas fórmulas cartesianas respectivas à construção desta geometria apresentadas pelas equações (2.12), actualizadas com os parâmetros: raio de base do dentado e a variável (t) , conforme apresentado agora nas equações (5.1).

$$\begin{cases} x(t) = K (\cos(t) + t \times \sin(t)) \\ y(t) = K ((\sin(t) - t \times \cos(t))) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = r_b ((\cos(t) + t \times \sin(t)) \\ y(t) = r_b ((\sin(t) - t \times \cos(t)) \end{cases} \quad (5.1)$$

Sobre os parâmetros:

t - Variável para a definição dos pontos da construção da envolvente.

$r_b \cdot \cos(t)$ - Permite a rotação conforme a envolvente.

$r_b \cdot t \cdot \sin(t)$ - Proporciona a evolução da envolvente.

$r_b \cdot t$ - Define a curva da envolvente.

Esta construção é iniciada no raio de base e construída com base nos pontos definidos pelas fórmulas cartesianas, no plano correspondente aos respectivos eixos, em função dos valores da variável “ t ”, conforme apresentado na figura 5.1 (esquerda).

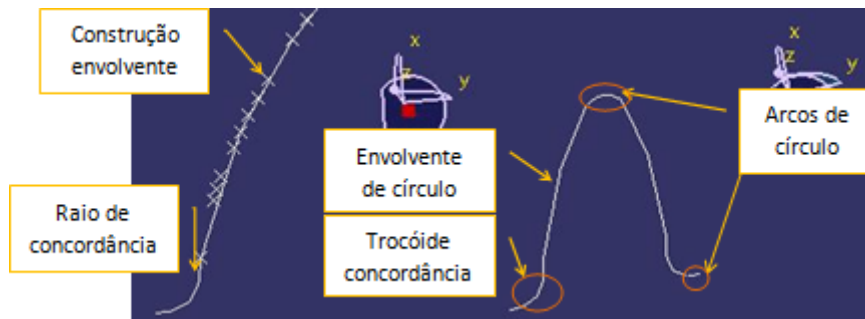


Figura 5.1: Envolvente de círculo (esquerda) e perfil completo (direita)

5.3.2 Construção dos dentes

5.3.2.1 Construção dos dentes direitos

Após definida a envolvente de círculo, o perfil do dente é terminado com base nos parâmetros do dentado: diâmetros: de base, do pé, da cabeça e nominal e ângulo de pressão normal conforme apresentado na figura 5.1 (direita).

Para a construção completa destes dentes, dado não terem ângulo da hélice, a sua caracterização fica completa após definida a sua largura, sendo possível a sua finalização geométrica

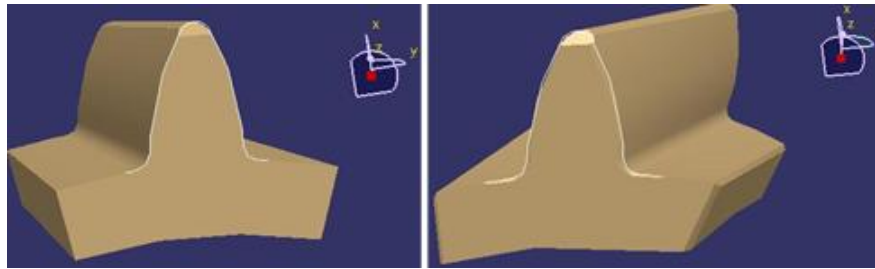


Figura 5.2: Modelos dos dentes: direitos (esquerda) e helicoidais (direita)

conforme apresentado na figura 5.2 (esquerda). A construção da roda dentada é posteriormente realizada, com base neste dente inicial e com a aplicação do número de dentes.

5.3.2.2 Construção dos dentes helicoidais

Para a construção completa dos dentes helicoidais, para além dos parâmetros apresentados para a construção do dentado direito, é incluído o ângulo da hélice primitivo, cujo caracteriza a inclinação do dente completo relativamente ao seu eixo de referência, adquirindo assim a forma final, conforme apresentado na figura 5.2 (direita).

5.4 Análise estrutural de dentes isoladamente

5.4.1 Selecção das malhas

A caracterização do tipo e tamanho das malhas é uma etapa importante para a análise estrutural dos modelos construídos, sendo realizada em função do material e geometria da peça, solicitações impostas, assim como pelos resultados de estudos de convergência necessários a realizar. Relativamente ao tipo, foi escolhida a malha tetraédrica, para todos os modelos apresentados, garantindo esta a melhor adequação aos modelos a analisar e tipos de solicitações aplicadas. Neste tipo de malha, cada triângulo representa um elemento finito, que está ligado aos seus elementos triangulares vizinhos pelos nós localizados nas suas extremidades, partilhando nestes os esforços aí atingidos [28][29].

Sobre o tamanho, foi realizado um estudo da convergência com base em simulações numéricas, sendo analisada num mesmo ponto de um dente (ponto “A” da figura 5.3), a melhor relação entre os graus de refinamento escolhidos e os resultados obtidos das tensões, tendo em conta a melhor estabilidade dos resultados.

O dente seleccionado é respeitante a um dos pinhões utilizados no estudo experimental e ensaios apresentados no capítulo 6, sendo a faixa de aplicação das forças de contacto, posicionada numa zona próxima do diâmetro primitivo desse pinhão.

Na figura 5.4 são apresentados os valores obtidos neste estudo, em função dos vários graus de refinamento da malha:

Com base nestes resultados e critérios referidos atrás, assim como tendo em conta as dimensões e geometria dos dentes, o tamanho escolhido foi $0,3\text{ mm}$, proporcionando a obtenção dos resultados mais consistentes.

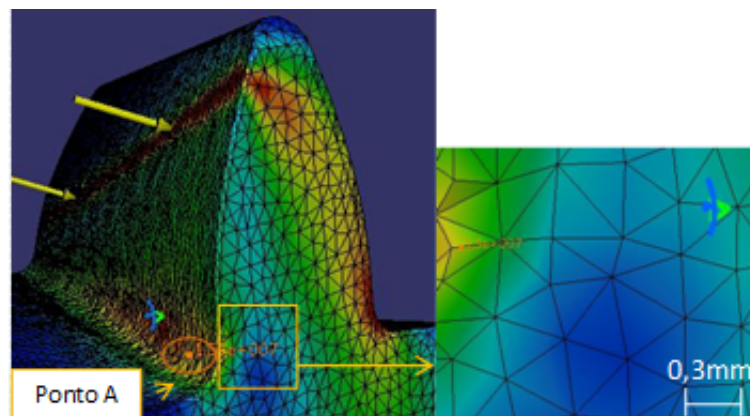


Figura 5.3: Ponto de leitura e pormenor da malha tipo tetraédrica

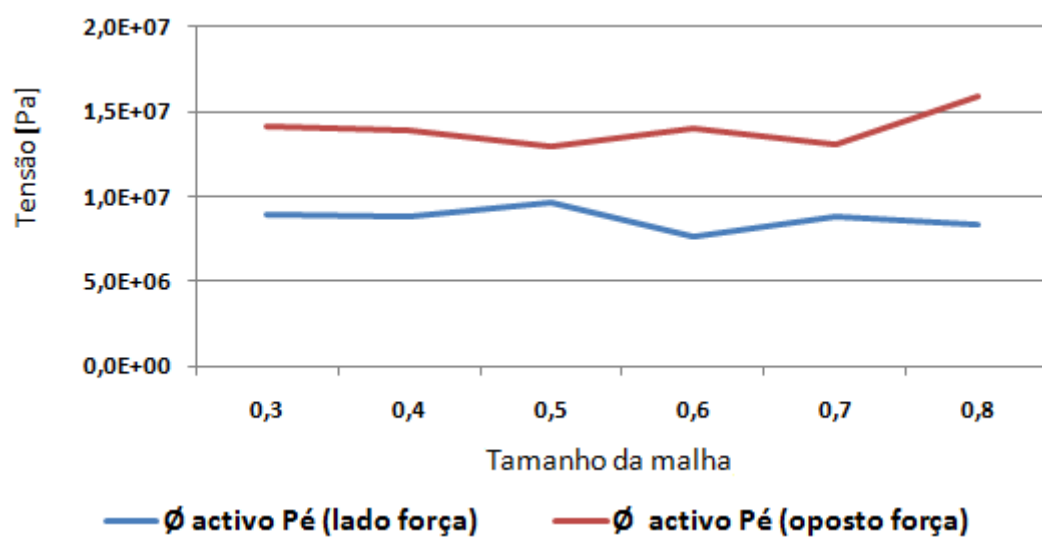


Figura 5.4: Estudo da convergência da malha

5.4.2 Condições de fronteira

As condições de fronteira adoptadas no presente estudo compreenderam a fixação da peça pelas partes laterais e inferior da base do dente, abaixo do seu diâmetro do pé, sendo as forças que simulam o contacto entre os dentes engrenados em esforço, aplicadas numa faixa de contacto posicionada em várias alturas do flanco do dente, na direcção da hélice. Esta faixa de acção das forças traduz a geratriz de contacto entre os dentes.

A definição geométrica e posição angular desta faixa, foram baseadas nos cálculos teóricos apresentados na anterior alínea 2.13.3 do capítulo 2, tendo os parâmetros, os valores adoptados na alínea 6.2.5.5 do capítulo 6 do presente trabalho, no ensaio experimental com a engrenagem de terceira velocidade.

Sobre a definição geométrica, a largura desta faixa (a) é calculada com base na expressão (2.33), sendo os parâmetros obtidos pela seguinte sequência de cálculos:

a)- Cálculo do raio relativo ρ_r :

Com: $r_{a2} = 39,82$; $r_{a1} = 30,93$; $r_{b1} = 26,92$ e $a' = 66$ [mm]; são calculados $\overline{T_1B}$ e $\overline{T_2A}$ pelas expressões (a)-(5.2) e (b)-(5.2), respectivamente.

$$(a) \overline{T_1B} = a' \times \sin\alpha' - \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} = 3,33 \text{ mm}; (b) \overline{T_2A} = a' \times \sin\alpha' - \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} = 5,97 \text{ mm} \quad (5.2)$$

Com: $r_2 = 37,57$ e $r_1 = 28,43$ [mm]; são calculados \overline{AI} e \overline{BI} pelas expressões (2.21) e (2.22), respectivamente.

$$\begin{aligned} \overline{AI} &= \overline{T_2A} - \overline{T_2I} = a' \times \sin\alpha' - \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} = 5,81 \text{ mm}; \\ \overline{BI} &= \overline{T_1B} - \overline{T_1I} = a' \times \sin\alpha' - \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} = 6,09 \text{ mm}; \end{aligned}$$

É obtido o valor da linha de condução total: $\overline{T_1T_2} = 21,22 \text{ mm}$, pela expressão (5.3)

$$\overline{T_1T_2} = \overline{T_1B} + \overline{T_2A} + \overline{AB} \quad (5.3)$$

Para o valor máximo da faixa, no valor intermédio entre $\overline{T_1T_2}$:

É obtido $\rho_r = 5,45 \text{ mm}$, pela expressão (c)-(2.36); com: $\rho_1 = \rho_2 = 10,9 \text{ mm}$;

b)- Cálculo da força normal aplicada no comprimento de contacto entre os dentes F_{nu} , pela expressão (2.34), em função dos valores da força tangencial, assim como dos restantes parâmetros obtidos e adoptados nos estudos desenvolvidos no Capítulo 6 ³.

$$F_{nu} = (F_t \div \cos\beta' \times \cos\alpha_n) \div (b \times \epsilon_\alpha \div \cos\beta_b) = 2,39N;$$

Com: $F_t = 87,8N$; $b = 11,9 \text{ mm}$; $\beta = 30,414^\circ$; $\beta_b = 28,406^\circ$; $\alpha_n = 20^\circ$; $\epsilon_\gamma = 2,93$; β'^4 ;

O valor da largura máxima da faixa é então: $a = (0,0063 \times \sqrt{F_{nu} \times \rho_r} \div 2) = 0,012 \text{ mm}$.

³Consultar alínea 6.2.5.5 do capítulo 6.

⁴Valores não divulgados, por limitação da informação técnica pela Empresa fornecedora.

A sua posição angular relativamente à hélice primitiva de funcionamento do flanco dos dentes em contacto, assume a posição paralela para os dentes direitos, tomando para os dentes helicoidais um ângulo δ , obtido pela expressão (2.32):

$$\delta = 11,35^\circ; \text{ com: } \beta = 30,414^\circ \text{ e } \alpha_n = 20^\circ.$$

A força aplicada atinge o seu valor máximo nas posições dos flancos dos dentes correspondentes aos diâmetros primitivos, com o valor $120,6N^5$ e a sua metade nas aplicações próximas dos diâmetros: activo do pé e da cabeça. Valores anteriores adoptados de acordo com o critério apresentado na alínea 2.13.2 do capítulo 2, sobre a distribuição das forças na linha de condução e para um valor da razão de condução dos dentes ϵ_α ou $\epsilon_\gamma > 1$.

Nas figuras 5.5 e 5.6 são apresentadas as condições de fronteira para este estudo:



Figura 5.5: Condições de fronteira nos dentes direitos

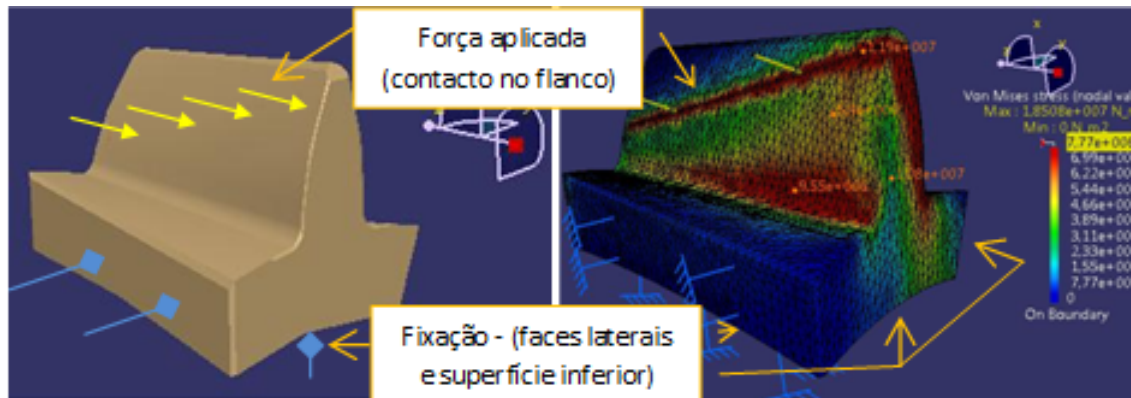


Figura 5.6: Condições de fronteira nos dentes helicoidais

⁵Valor calculado na alínea 6.2.5.5 do capítulo 6

5.4.3 Distribuição das tensões nos dentes direitos

Em função do movimento de rotação do pinhão e roda da engrenagem, a faixa de contacto, nestes casos paralela ao eixo da respectiva roda dentada, percorre o perfil dos dentes entre os diâmetros: activo do pé e da cabeça, seguindo a direcção da linha de condução do engrenamento e posicionando-se nas hélices, num comprimento compreendido pelo contacto efectivo entre o pinhão e roda referidos. A mudança da posição destas forças nos flancos dos dentes, provocam nestes, tensões resultantes de diferentes valores, assim como uma diferente distribuição das mesmas.

Nas figuras 5.7 e 5.8 são apresentadas três localizações diferentes das forças aplicadas nos flancos de um dente direito, nos seus diâmetros: activo do pé, cabeça e primitivo, com o objectivo da análise das diferenças resultantes dos valores e distribuição das tensões resultantes.

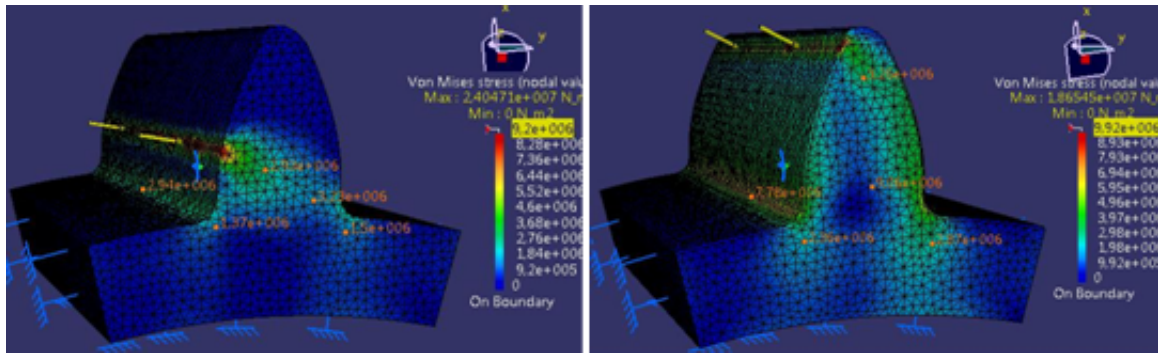


Figura 5.7: Forças aplicadas nos diâmetros: activo do pé (esquerda) e activo da cabeça (direita) - dente direito

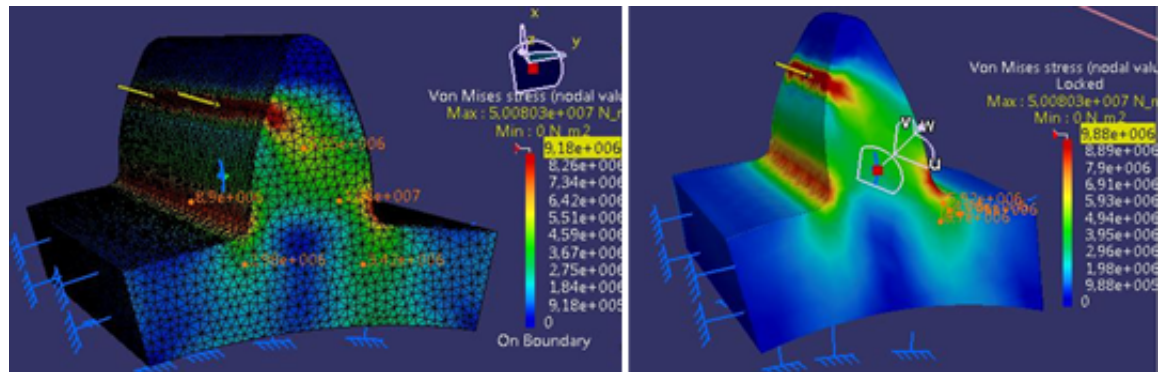


Figura 5.8: Forças aplicadas no diâmetro primitivo e representação em corte (direita) - dente direito

Na análise destes valores, verifica-se que as tensões máximas obtidas próximo da raiz do dente, no caso das forças aplicadas no diâmetro activo do pé, foram: $\sigma = 2,9$ e $3,2 [\times 10^6 Pa]$,

para as aplicadas no diâmetro primitivo, foram: $\sigma = 8,9 \times 10^6$ e $1,1 \times 10^7$ [Pa] e para as aplicadas próximo do diâmetro da cabeça, foram: $\sigma = 7,8$ e $9,1$ [$\times 10^6$ Pa]. Relativamente aos valores apresentados para cada caso, o primeiro (valor da esquerda), é referente às leituras realizadas no flanco da aplicação das forças, sendo o segundo (valor da direita), no flanco oposto. A zona onde ocorrem estes valores, é localizada na trocóide de concordância do pé dos dentes.

Estes valores obtidos em cada uma das análises estão de acordo com o esperado, verificando-se o seu normal aumento para as forças aplicadas no diâmetro primitivo, em função do seu maior valor e localização da sua aplicação.

Sobre os valores obtidos relativamente a cada um dos flancos dos dentes, verifica-se nas três simulações serem superiores nos flancos opostos à aplicação das forças, pelas tensões de compressão aí ocorridas.

Sobre a distribuição destas tensões acima e abaixo da raiz dos dentes, é possível constatar nas figuras anteriores, ser conseguida com a aplicação das forças no diâmetro primitivo, a situação de maior zona afectada do dente.

5.4.4 Distribuição das tensões nos dentes helicoidais

Nos dentes helicoidais, a faixa de acção das forças toma também três posições no respectivo flanco de contacto, posicionando-se relativamente à hélice primitiva de cada flanco, com o ângulo δ apresentado anteriormente.

A distribuição e valores das tensões obtidas nos dentes em função das localizações adoptadas para a aplicação das forças, nos diâmetros: activo do pé, nominal e da cabeça, foram diferentes, sendo apresentados nas figuras 5.9 e 5.10, os resultados obtidos.

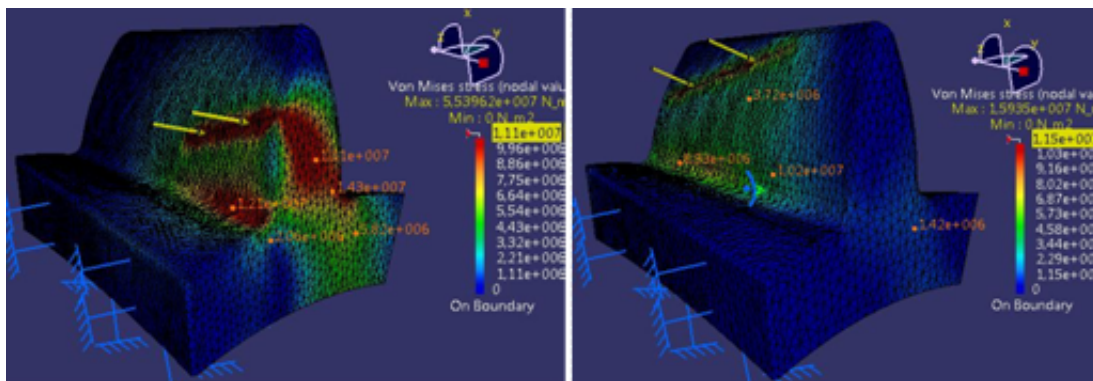


Figura 5.9: Forças aplicadas nos diâmetros: activo do pé (esquerda) e activo da cabeça (direita) - dente helicoidal

Na análise destes valores, verifica-se agora que as tensões máximas obtidas próximo da raiz dos dentes, no caso das forças aplicadas numa zona próxima do diâmetro activo do pé: $\sigma = 21,2$ e $1,4$ [$\times 10^7$ Pa], numa zona próxima do diâmetro primitivo: $\sigma = 1,4$ e $1,6$ [$\times 10^7$ Pa] e numa zona próxima do diâmetro da cabeça: $\sigma = 8,9 \times 10^6$ e $3,2 \times 10^7$ [Pa].

Sobre os valores apresentados, o primeiro é referente às leituras realizadas no flanco da aplicação das forças e o segundo no flanco oposto. Os valores atingidos no flanco oposto à

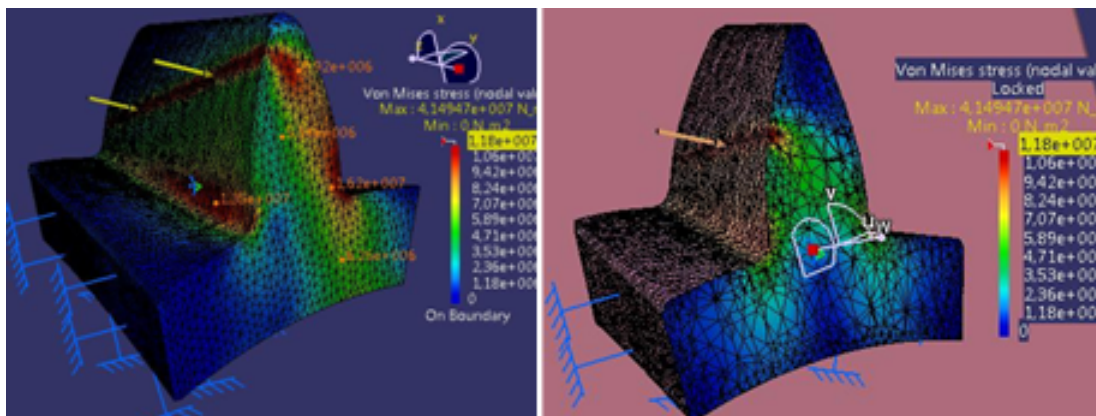


Figura 5.10: Forças aplicadas no diâmetro primitivo do dente (esquerda) e representação em corte (direita) - dente helicoidal

aplicação das forças são também superiores às verificadas no flanco contrário, pelas tensões de compressão aí resultantes.

A distribuição das tensões para as várias posições das forças, é idêntica à verificada no estudo dos dentes direitos ⁶.

5.4.5 Resultados obtidos

De forma a ser feita uma avaliação conjunta dos resultados apresentados nas alíneas anteriores, são apresentados os respectivos resultados globais na figura 5.11.

Na análise global dos valores obtidos das tensões, verifica-se existir uma grande proximidade entre si, nas várias posições de aplicação das forças nos flancos dos dentes, assim como entre os dois tipos de dentes. São contudo obtidas as tensões de maior valor nos dentes helicoidais, provocadas pela inclinação da faixa relativamente à hélice primitiva, proporcionando ao longo da hélice diferentes relações entre a altura de aplicação das forças e o ponto de medição na raiz do dente.

De forma idêntica nos dois tipos de dentes, as tensões de maior valor são obtidas pela aplicação das forças no diâmetro primitivo, dado serem aí aplicadas nestes casos forças de maior valor, comparativamente às aplicadas nos diâmetros activo do pé e da cabeça.

A localização das tensões de maior valor nos dois flancos e para os dois tipos de dentes verificou-se em todas as análises realizadas, na trocóide de concordância com o diâmetro do pé. Esta situação revela a grande importância dada à boa definição geométrica e construção desta zona do perfil dos dentes ⁷.

Sobre a distribuição das tensões nos dentes, verifica-se ser conseguida de forma semelhante nas análises realizadas com cada um dos tipos de dentes, tanto acima como abaixo da zona da raiz dos dentes, havendo contudo a diferença na zona transversal ao dente helicoidal, afectada em toda a sua largura, em função do ângulo da posição da faixa de contacto relativamente à hélice primitiva do flanco do dente em contacto.

⁶Consultar a alínea 5.4.3.

⁷Consultar a alínea 2.7.3 do capítulo 2.

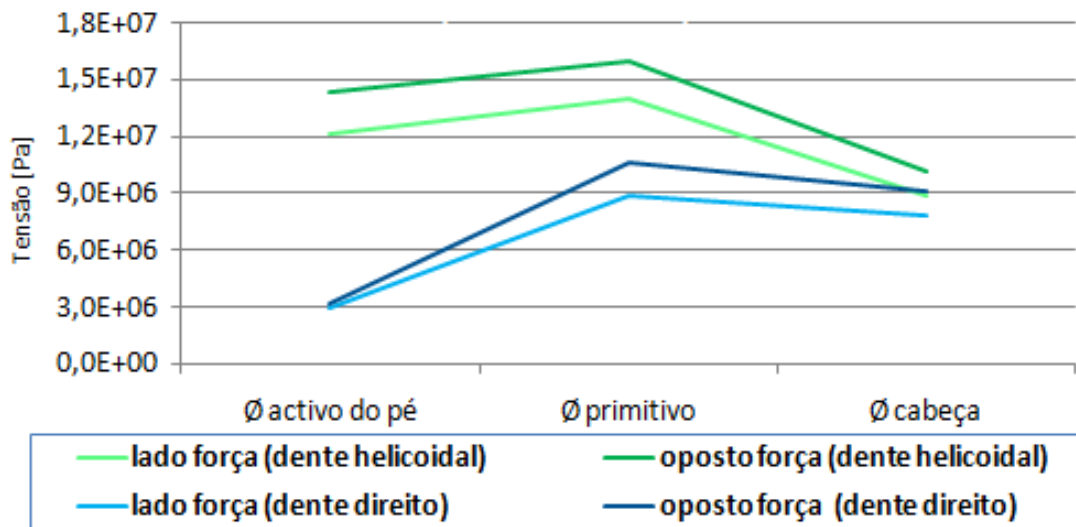


Figura 5.11: Tensões obtidas na raiz dos dentes - dentes isolados

Se for adoptada a aplicação de forças com o mesmo valor nos três diâmetros adoptados de referência, o valor das tensões resultantes na raiz dos dentes aumentam directamente com estes diâmetros.

5.5 Análise estrutural de rodas dentadas, isoladamente

5.5.1 Selecção das malhas

Para a análise estrutural de uma roda dentada isoladamente foi seleccionado também o tipo de malha tetraédrica, sendo agora adoptado o tamanho de $0,5 \text{ mm}$, com base no estudo de convergência da malha apresentado na alínea 5.4.1.

Este valor do tamanho da malha agora superior ao utilizado nas análises apresentadas anteriormente, resulta da maior dificuldade de processamento dos cálculos de computação desta montagem pelo software utilizado, sendo contudo obtidos resultados estáveis das tensões atingidas.

5.5.2 Condições de fronteira

Com o objectivo de ser simulada a fixação da roda e as forças resultantes nos seus dentes, reproduzindo-se as condições obtidas durante o seu engrenamento, foram adoptadas as seguintes condições de fronteira, conforme representado na figura 5.12.

Elemento fixo: A roda, pelo diâmetro interior, simulando a sua fixação ao seu veio de suporte.

Aplicação das forças: Forças aplicadas em dois e três dentes, simulando o contacto durante o engrenamento para as rodas de dentes direitos e helicoidais, respectivamente, conforme

sua distribuição no plano de acção ⁸.

As intensidades aplicadas são de igual valor às adoptadas nas análises dos dentes isolados, com o seu valor máximo nas posições dos flancos dos dentes correspondentes aos diâmetros primitivos, de $120N$ ⁹ e a sua metade nas aplicações próximas dos diâmetros: activo do pé e da cabeça.

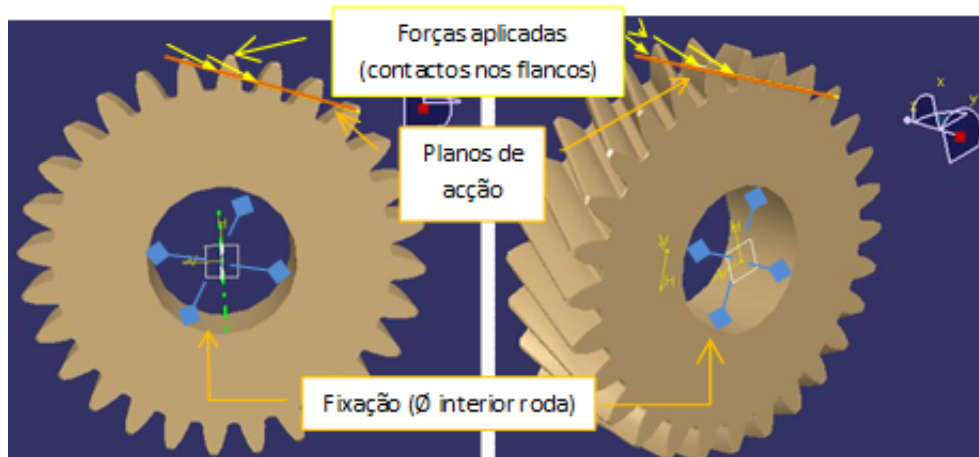


Figura 5.12: Condições de fronteira - roda com dentado direito (esquerda) e dentado helicoidal (direita)

5.5.3 Distribuição das tensões numa roda com dentado direito

Tendo em conta o deslocamento da faixa de aplicação das forças pelos flancos dos dentes em contacto, posicionada paralelamente ao eixo da roda e hélice primitiva conforme abordado nas análises anteriores de dentes isolados, para a análise desta roda dentada completa é necessário agora fazer o enquadramento relativamente à razão de condução conseguida num determinado engrenamento.

Para as rodas com dentes direitos ou rectos, esta característica que deve atingir o valor de $\epsilon_\alpha > 1$, é considerado para esta simulação $\epsilon_\alpha > 2$, permitindo assim a análise da aplicação em simultâneo das forças resultantes em dois dentes engrenados, sendo apresentado separadamente a aplicação das forças nas zonas correspondentes aos diâmetros da cabeça e primitivo na figura 5.13 e aos diâmetros do pé e primitivo figura 5.14.

Na análise destes valores, verifica-se agora que as tensões máximas obtidas próximo da raiz do dente, no caso das forças aplicadas no diâmetro da cabeça: $\sigma = 7,7$ e $8,4 [\times 10^6 Pa]$, para as aplicadas numa zona próxima do diâmetro primitivo: $\sigma = 7,1 \times 10^6$ e $1,1 \times 10^7 [Pa]$ e para as aplicadas na zona próxima do diâmetro activo do pé: $\sigma = 2,9$ e $8,5 [\times 10^6 Pa]$. Sobre os valores apresentados, o primeiro refere-se às tensões verificadas no flanco da aplicação das forças e o segundo, no flanco oposto. Verifica-se também nestes casos serem superiores os valores das tensões obtidos no flanco oposto à aplicação das forças, localizados na trocói de concordância do pé do dente e diminuindo abaixo do seu arco de circunferência. Na zona

⁸Consultar a alínea 2.10 do capítulo 2, para análise em detalhe sobre o plano de acção.

⁹Valor calculado na alínea 6.2.5.5 do capítulo 6

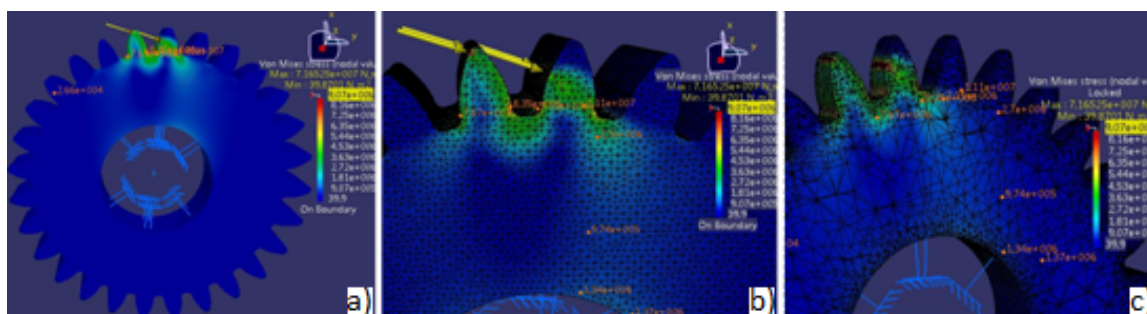


Figura 5.13: Distribuição das tensões - roda de dentado direito - forças nos diâmetros da cabeça e primitivo a) e b) e em corte c)

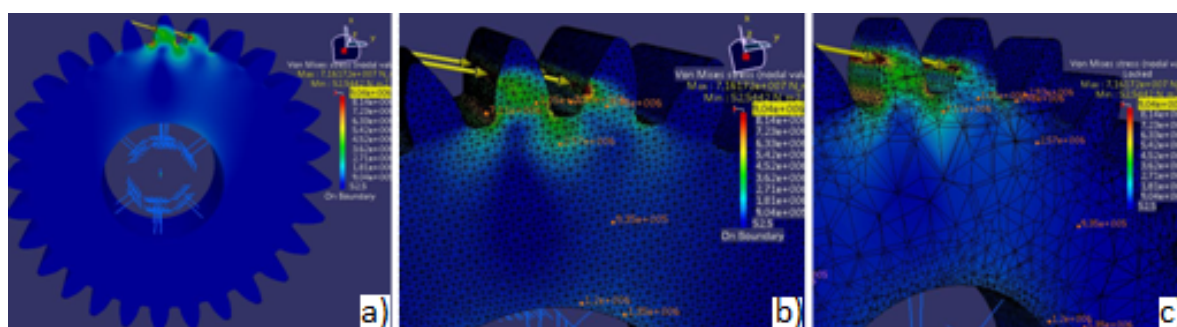


Figura 5.14: Distribuição das tensões - roda de dentado direito - forças nos diâmetros: primitivo e activo do pé a) e b) e em corte c)

próxima do diâmetro interior da roda, as tensões aumentam de novo, sendo contudo atingidos valores de menor intensidade dos verificados junto ao arco de circunferência do pé dos dentes.

Sobre a distribuição das tensões, verifica-se também comparativamente às análises dos dentes isolados, que a situação de maior zona afectada dos dentes é da aplicação das forças no diâmetro primitivo, havendo uma maior distribuição junto aos flancos dos dentes, nas aplicações das forças nos diâmetros: da cabeça e activo do pé. A distribuição na zona da raiz dos dentes, é idêntica para todas as aplicações das forças, ainda que com menor zona afectada para as forças aplicadas no diâmetro activo do pé.

5.5.4 Distribuição das tensões numa roda com dentado helicoidal

Na presente análise da distribuição das tensões numa roda de dentado helicoidal, é considerada uma razão de condução total de $\epsilon_\gamma = 3$, sendo simulada a aplicação das forças resultantes do contacto entre três dentes engrenados, nas zonas principais a estudar dos correspondentes flancos, nos diâmetros: activo do pé, primitivo e da cabeça.

As correspondentes faixas de contacto entre os vários dentes, fazem parte do mesmo plano de acção, tomando para cada dente o ângulo δ , relativamente à respectiva hélice primitiva e eixo da roda comum ¹⁰, conforme apresentado na figura 5.15.

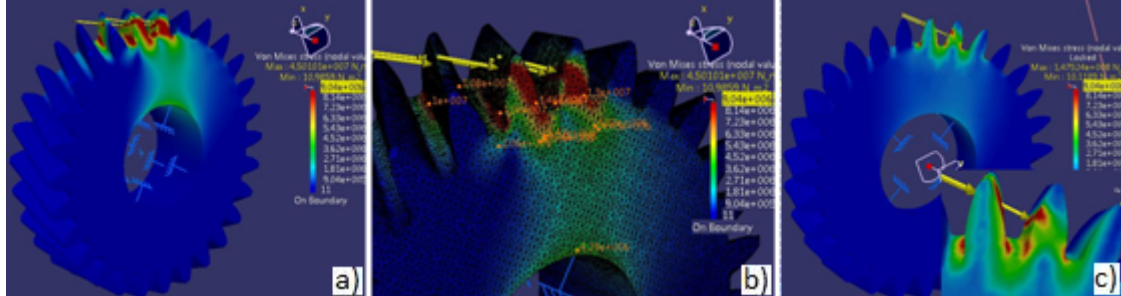


Figura 5.15: Distribuição das tensões - roda de dentado direito - forças nos diâmetros: primitivo e activo do pé a) e b) e em corte c)

As tensões máximas obtidas na zona próxima da raiz dos dentes aos quais são aplicadas as forças distribuídas no diâmetro primitivo: $\sigma = 1,3$ e $1,4 [\times 10^7 Pa]$; no dente à direita, ao qual são aplicadas as forças no diâmetro do pé: $\sigma = 1,1$ e $1,3 [\times 10^7 Pa]$ e no dente cujas forças são aplicadas no diâmetro activo da cabeça: $\sigma = 1$ e $1,1 [\times 10^7 Pa]$. Sobre os valores apresentados, o primeiro valor refere-se às leituras realizadas no flanco da aplicação das forças e o segundo ao flanco oposto.

A distribuição das tensões, tanto nos dentes como nos corpos das rodas, é idêntica à verificada no estudo dos dentes direitos, nas várias posições adoptadas para as aplicações das forças ¹¹.

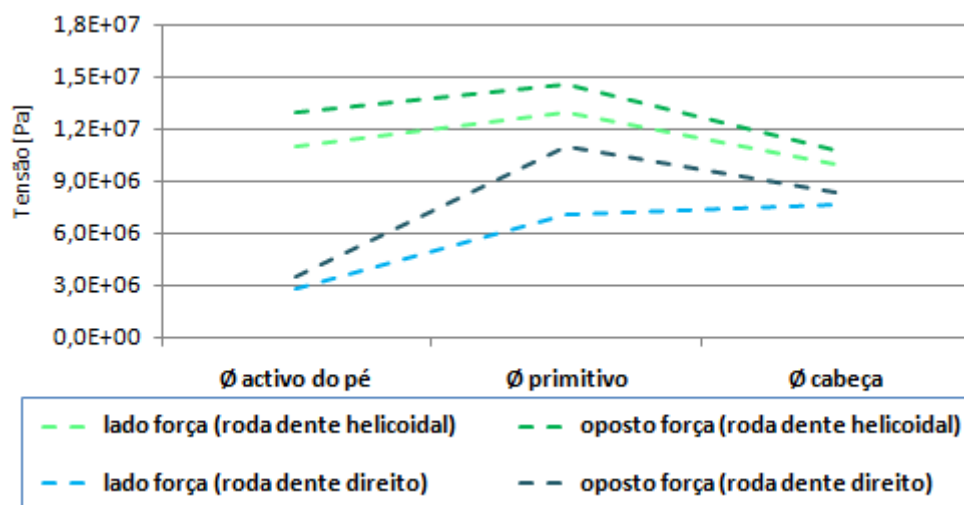


Figura 5.16: Tensões obtidas na raiz dos dentes - rodas isoladas

5.5.5 Resultados obtidos

Os resultados das tensões agora obtidos e apresentados na figura 5.16, acima das zonas da raiz dos dentes seguiram as mesmas tendências verificadas nas análises realizadas com os dentes isoladamente. Estes valores são próximos entre si nos três diâmetros de referência adoptados para a aplicação das forças nos flancos dos dentes, sendo superiores nos dentes helicoidais e nas aplicadas no diâmetro primitivo.

Comummente aos dois tipos de dentes, as tensões de maior valor foram sempre verificadas no flanco oposto à aplicação das forças, na zona da trocóide de concordância com o diâmetro do pé.

A distribuição das tensões acima da zona da raiz do dente, verificou-se idêntica à obtida com os dentes analisados individualmente, sendo diferente entre os dois tipos, direito e helicoidal, em função da diferente posição da faixa de aplicação das forças relativamente à hélice primitiva. Abaixo da zona da raiz dos dentes, a distribuição das tensões foi idêntica nos dois tipos de dentes.

5.6 Análise estrutural de engrenagens com dentados direitos e helicoidais

5.6.1 Introdução

A análise de conjuntos pinhão e roda engrenados, proporcionam uma abordagem completa, tanto no respeitante à distribuição das tensões nos dentes em contacto, respectivas rodas dentadas, veios e restantes elementos de apoio, assim como também sobre a simulação do seu próprio funcionamento global.

¹⁰Consultar alnea 5.4.2

¹¹Consultar a alínea 5.5.3.

Neste âmbito é realizada agora a análise de engrenagens em esforço, sendo feita a verificação dos valores máximos e distribuição das tensões obtidas, tanto nos dentes em contacto como nos correspondentes corpos das rodas dentadas, sendo as definições dimensionais e de solicitação destes conjuntos, referentes à engrenagem de terceira velocidade apresentada no capítulo 6 deste trabalho e correspondentes parâmetros dos respectivos ensaios experimentais aí desenvolvidos. No conjunto de dentado direito, são considerados alguns parâmetros idênticos, sendo outros adaptados tendo em conta as condicionantes agora diferentes pelo tipo de dentes.

Separadamente, é apresentada uma engrenagem de dentado helicoidal, solicitada com o valor real do momento aplicado, conforme indicações do fabricante, com o objectivo da validação do método e critérios adoptados.

Para a realização destas simulações, os conjuntos são posicionados numa base de apoio, a qual permite o posicionamento das rodas pelos seus diâmetros interiores e os pinhões pelos próprios veios a si integrados, possibilitando a sua rotação e correcto contacto entre os dentes em esforço. Os conjuntos são solicitados pela aplicação de momentos nos veios dos pinhões, sendo as rodas boqueadas no seu movimento de rotação, numa segunda zona dentada concebida para o efeito.

5.6.2 Selecção das malhas

Para a análise estrutural pretendida destes conjuntos foi seleccionado também o tipo de malha tetraédrica, sendo agora adoptado para o pinhão e roda, o tamanho de $0,7\text{ mm}$, com base no mesmo estudo de convergência da malha apresentado na alínea 5.4.1.

Este valor agora superior ao utilizado nas análises anteriores resulta da adequação necessária relativamente à dificuldade de processamento dos cálculos de computação desta montagem pelo software utilizado e a obtenção de valores estáveis das tensões num mesmo ponto de leitura. Nos dois restantes componentes, foram adoptados outros tamanhos superiores, não tendo havido um estudo pormenorizado sobre os mesmos.

5.6.3 Ligações entre componentes

A boa definição das ligações entre os vários componentes montados é determinante para a boa reprodução das situações reais nas simulações pretendidas. Nestas análises com os dois conjuntos, de forma a serem simuladas as tensões resultantes do contacto entre os dentes engrenados, foram aplicados os tipos de ligações seguintes, entre o pinhão, roda, anel dentado e cárter de apoio, conforme apresentado na figura 5.17:

Ligações deslizantes:

Entre o furo e face de encosto da roda com os correspondentes veio de suporte e face do cárter.
Entre o veio e face do pinhão com o furo de poio e face do cárter.
Entre os dois flancos dos dentes em contacto no engrenamento.

Ligação fixa:

Entre o anel dentado com o corpo da sua roda de suporte.

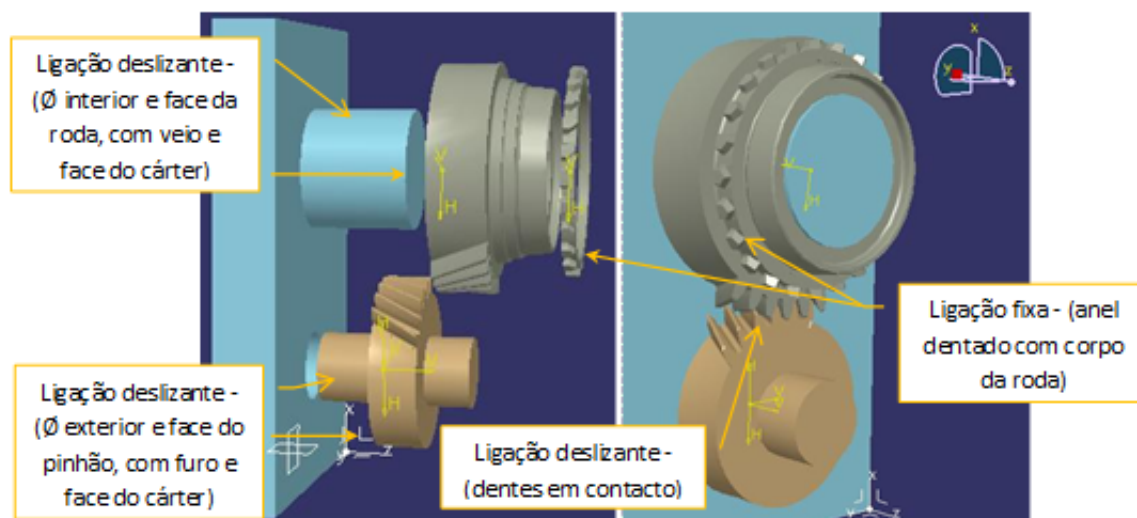


Figura 5.17: Ligações entre os componentes - engrenagem de denteado helicoidal

5.6.4 Condições de fronteira

As condições de fronteira adoptadas para a análise destes conjuntos pinhão e roda, compreenderam o elemento fixo e solicitação, conforme apresentado na figura 5.18, de forma a ser feita a simulação em funcionamento real:

Elemento fixo: O elemento definido com esta condição foi a roda, fixa através dos dentes do seu anel dentado.

Momento: Para comparação de valores entre os vários tipos de esquemas de análise, foi aplicado o momento no veio do pinhão, com o valor obtido no estudo experimental apresentado no capítulo 6 deste trabalho, com a engrenagem de terceira velocidade ¹² e tomando o valor de $2,49 \text{ N} \times \text{m}$.

No ensaio com uma engrenagem de denteado helicoidal a apresentar independentemente, foi aplicado um momento com o valor de $150 \text{ N} \times \text{m}$.

5.6.5 Distribuição das tensões no conjunto pinhão e roda de denteado direito

Na presente análise, o contacto entre pinhão e roda efectua-se entre dois conjuntos de dentes engrenados, sendo apresentadas duas simulações independentes de forma a serem analisados os contactos nos três diâmetros principais de referência: activo do pé, primitivo e da cabeça, conforme apresentado nas figuras 5.19 e 5.20.

A razão de condução foi nesta análise calculada com base nas características do pinhão e roda deste conjunto utilizado ¹³.

¹²Consultar a alínea 6.2.5.5 do capítulo 6.

¹³Consultar a alínea 2.11.2 do capítulo 2.

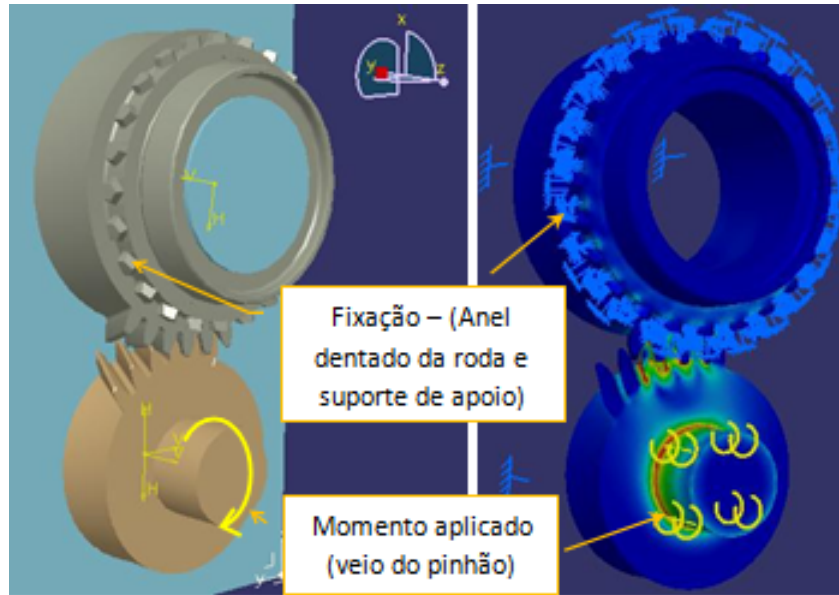


Figura 5.18: Condições de fronteira - engrenagem de dentado helicoidal

O valor resultante da razão de condução foi calculado pela expressão (2.25), atendendo a (a)-(2.26), (b)-(2.26) e (c)-(2.26). Foi obtido o valor $\epsilon_\alpha = 2,18$; com: $r_{a2} = 39,82$; $r_{a1} = 30,94$; $r_{b2} = 35,57$; $r_{b1} = 26,92$ [mm]; π ; r'_1 ; r'_2 ; m' ; α' ¹⁴.

As zonas de contacto, estão incluídas no mesmo plano de acção, tomando uma posição paralela ao eixo do pinhão e roda e hélice primitiva.

As tensões máximas obtidas próximo da raiz dos dentes, apresentaram valores próximos entre si, sendo em resultado da aplicação das forças na zona próxima do diâmetro primitivo: $\sigma = 7,3$ e $7,7$ [$\times 10^6 Pa$]; do diâmetro do pé: $\sigma = 5,9$ e $6,2$ [$\times 10^6 Pa$] e do diâmetro activo da cabeça: $\sigma = 4,4$ e $6,3$ [$\times 10^6 Pa$].

Sobre os valores apresentados, o primeiro refere-se às leituras realizadas no flanco da aplicação das forças e o segundo, no flanco oposto. Verifica-se também neste caso, serem superiores os valores obtidos no flanco oposto à aplicação das forças e sendo estas localizadas na trocói de concordância do pé do dente.

Sobre a distribuição das tensões acima da raiz dos dentes, é semelhante à verificada nas análises realizadas com os dentes e rodas isoladamente, sendo no dente correspondente à aplicação das forças no diâmetro primitivo, onde resulta a maior zona afectada do seu interior e concentrando-se mais junto aos flancos dos dentes, nas aplicações das forças nos diâmetros: da cabeça e activo do pé.

Na zona da raiz dos dentes, embora mantendo o mesmo tipo de zona afectada pelas tensões, para as três posições da aplicação das forças, é possível verificar nestes casos e particularmente com base na imagem deste conjunto em corte, que a maior zona afectada resulta da aplicação das forças no diâmetro primitivo e a menor, no activo do pé. Abaixo da raiz dos dentes, no caso da roda representada na parte superior, estes valores diminuem progressivamente em

¹⁴Valores não divulgados, por limitação da informação técnica pela Empresa fornecedora.

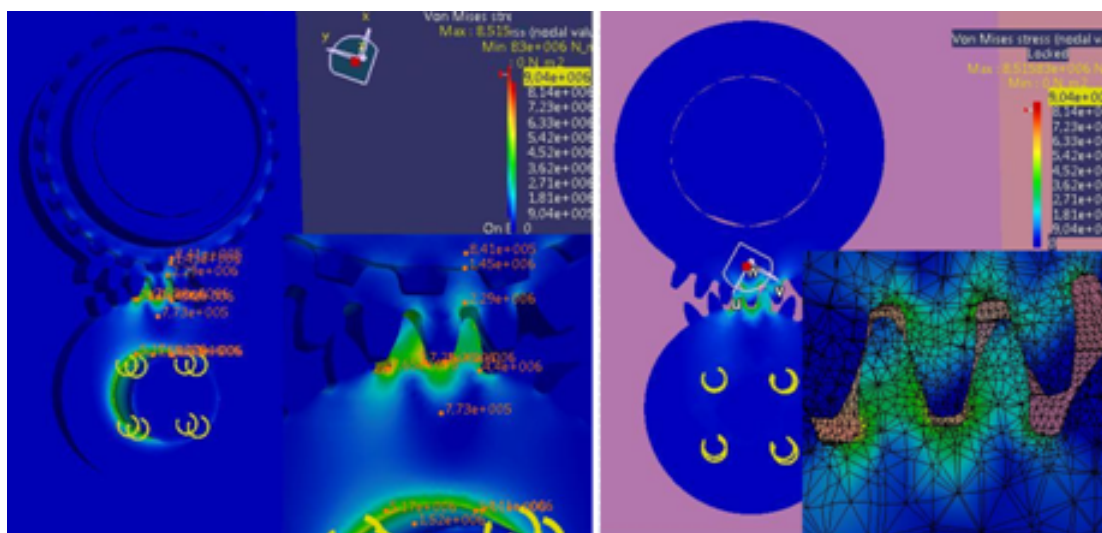


Figura 5.19: Engrenagem dentado direito - contactos nos diâmetros primitivo e da cabeça - representação normal (esquerda) e corte (direita)

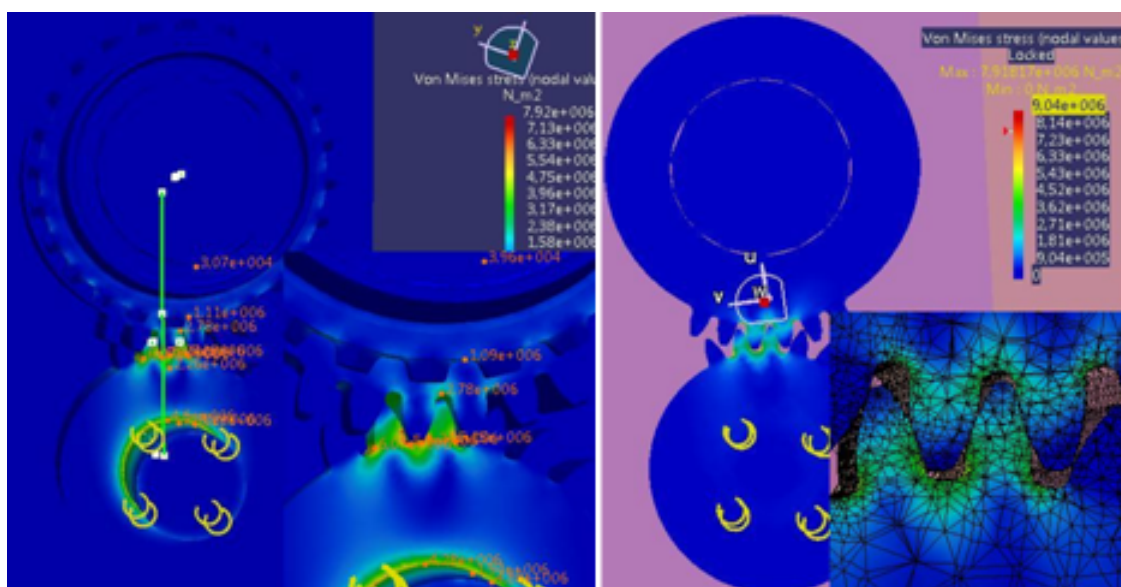


Figura 5.20: Engrenagem dentado direito - contactos nos diâmetros do pé e primitivo - representação normal (esquerda) e corte (direita)

função da sua zona de fixação estar situada no anel dentado, paralelamente aos dentes em contacto, zona onde efectivamente se verificam tensões agora superiores. No correspondente veio de suporte desta roda as tensões são de baixo valor, dado ter apenas a influência da força radial, em função do tipo de ligação entre estes componentes.

No caso do pinhão, em cujo corpo está integrado o veio solicitado com o momento, as tensões diminuem abaixo desta zona da raiz dos dentes, aumentando contudo na zona próxima do veio, em função dos efeitos de torção aí resultantes.

5.6.6 Distribuição das tensões no conjunto pinhão e roda de dentado helicoidal

Na presente análise, o contacto entre pinhão e roda efectua-se entre três conjuntos de dentes engrenados, conforme apresentado na figura 5.21, igual número adoptado anteriormente nas análises realizadas com uma roda isolada¹⁵.

A razão de condução foi também nesta análise calculada com base nas características do pinhão e roda deste conjunto, referido na introdução anterior¹⁶.

Para os valores: $r_{a2} = 39,82$; $r_{a1} = 30,94$; $r_{b2} = 35,57$; $r_{b1} = 26,92$; r'_1 ; r'_2em' [mm]; π ; α'^{17} :

Razão de condução, com base na expressão (2.27): $\epsilon_\alpha = 1,97$; com: $g_\alpha = 11,91 \text{ mm}$

Razão de condução complementar, pela expressão (2.28): $\epsilon_\beta = 1,06$.

Razão de condução total, obtida pelas expressões apresentadas em (2.29): $\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta = 3,04$.

As zonas de contacto apresentadas nos três diâmetros: activo do pé, primitivo e da cabeça, são incluídas no mesmo plano de acção e tomam o ângulo δ relativamente às hélices primitivas¹⁸.

As tensões máximas obtidas próximo da raiz dos dentes apresentaram também valores próximos entre si, sendo no dente correspondente à aplicação das forças na zona próxima do diâmetro primitivo: $\sigma = 8,3$ e $9,4 [\times 10^6 Pa]$; do diâmetro do pé: $\sigma = 6,8$ e $7,4 [\times 10^6 Pa]$ e do diâmetro da cabeça: $\sigma = 6,5$ e $7,7 [\times 10^6 Pa]$.

Sobre os valores apresentados, o primeiro refere-se às leituras realizadas no flanco da aplicação das forças e o segundo, no flanco oposto.

A distribuição das tensões, nos dentes e corpos das rodas, é idêntica à verificada no estudo dos dentes direitos, para as várias posições adoptadas para as aplicações das forças¹⁹.

Longitudinalmente aos dentes, verifica-se agora haver para cada uma das faixas de aplicação das forças nestes dentes, diferentes zonas afectadas do seu interior, resultando esta situação da inclinação das mesmas, proporcionando neste espaço diferentes relações entre a altura da sua aplicação e tensões obtidas.

5.6.7 Resultados obtidos

Os resultados agora obtidos, apresentados na figura 5.22, seguiram tendências semelhantes às verificadas nas análises realizadas com os dentes e rodas isoladamente, nas várias posições da aplicação das forças nos flancos dos dentes.

¹⁵Consultar a alínea 5.5.4.

¹⁶Consultar a alínea 2.11.2 do capítulo 2.

¹⁷Valores não divulgados, por limitação da informação técnica pela Empresa fornecedora.

¹⁸Consultar a alínea 5.4.2.

¹⁹Consultar a alínea 5.6.5.

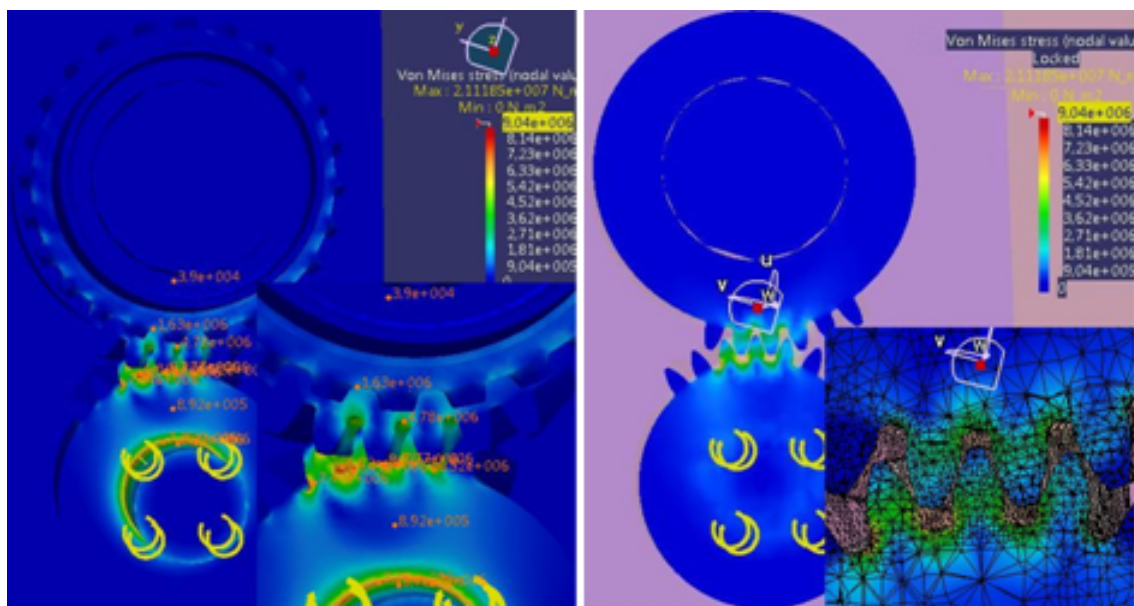


Figura 5.21: Distribuição das tensões - engrenagem dentado helicoidal - representação normal (esquerda) e em corte (direita)

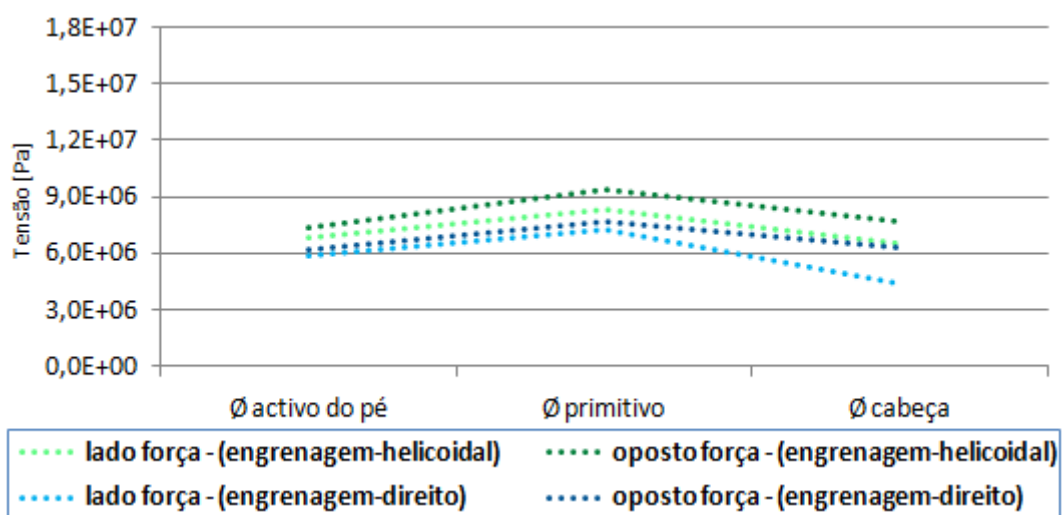


Figura 5.22: Tensões obtidas na raiz dos dentes - conjunto pinhão e roda

5.7 Comparação dos resultados obtidos

São apresentados conjuntamente no gráfico apresentado na figura 5.23 os resultados das tensões obtidas na zona da raiz dos dentes, nas várias análises realizadas.

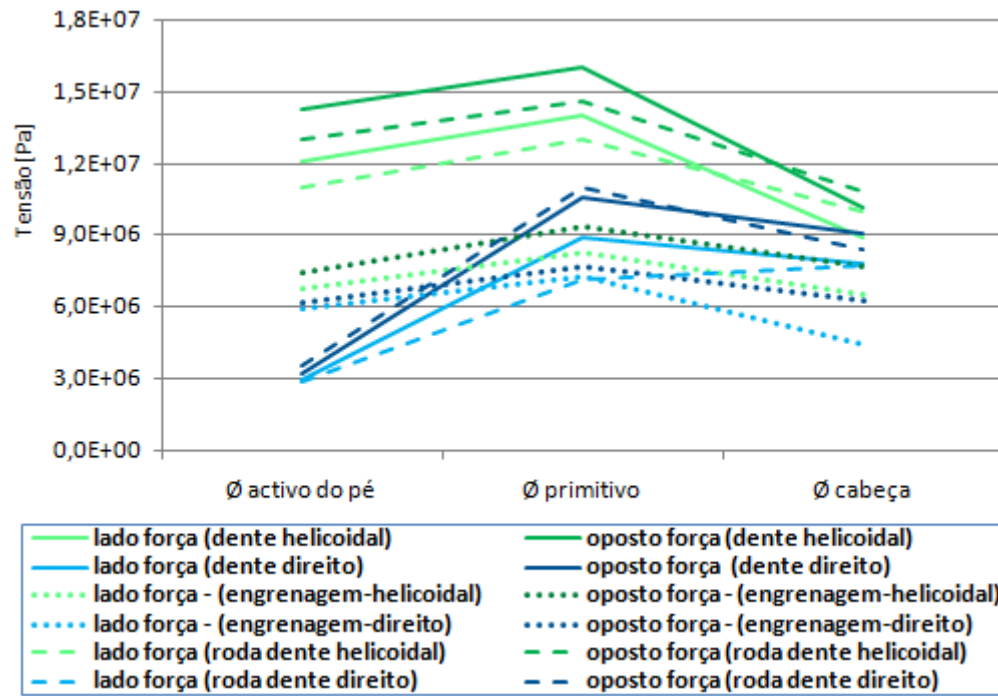


Figura 5.23: Tensões obtidas na raiz dos dentes - dentes e rodas isoladamente e engrenagens

No global, as tensões de maior intensidade são obtidas na zona da raiz dos dentes, no flanco apostado à aplicação das forças e nas situações da sua aplicação na zona do diâmetro primitivo, resultando esta tendência principalmente, da geometria dos dentes e rodas dentadas, assim como das condições de fronteira adoptadas.

Os valores obtidos das tensões nos dentes helicoidais são mais estáveis, comparativamente aos direitos, proporcionados pela inclinação da faixa de aplicação das forças relativamente à hélice primitiva.

Comparativamente entre as posições de aplicação das forças nos flancos dos dentes, nos três diâmetros adoptados de referência, os valores mais estáveis são obtidos nas análises dos conjuntos pinhão e roda engrenados, resultando esta situação da diferente precisão da aplicação das forças nos diâmetros de referência.

A distribuição das tensões na zona da raiz dos dentes e acima desta, em todas as análises, verifica-se de forma idêntica entre os dentes do mesmo tipo e para os mesmos diâmetros de aplicação das forças nos seus flancos, sendo esta zona a mais afectada em todas as análises realizadas.

Nos dentes helicoidais verifica-se sempre uma maior zona afectada do seu interior, transversal e longitudinalmente, em todas as posições adoptadas da faixa de aplicação das forças, em função da sua posição inclinada em relação às respectivas hélices primitivas.

Particularmente às rodas e pinhões, nos quais é simulada a sua fixação pelo diâmetro interior e veio de apoio, respectivamente, as tensões diminuem abaixo da zona da raiz dos dentes, voltando a aumentar junto à zona de fixação do veio de apoio, em função das tensões de torção aí resultantes.

Os valores obtidos seguem tendências semelhantes entre as várias análises, revelando coerência e permitindo validar a possibilidade de utilização simultânea dos vários tipos de opções adoptadas sobre as condições de fronteira, tipos de solicitações e montagens, nestes tipos de estudos.

5.8 Análise estrutural de engrenagens com erro de excentricidade do dentado

5.8.1 Análise das zonas de contacto entre os dentes, de uma engrenagem com erro da excentricidade

Na presente alínea são analisados dois conjuntos pinhão e roda engrenados, com e sem desvios da característica excentricidade do dentado, apresentando-se os pormenores das zonas de contacto dos dentes engrenados em duas posições diferentes de uma rotação completa da roda; uma posição considerada inicial de referencia, e uma segunda rodada em 180° , relativamente à primeira.

Os parâmetros e características dos dentados dos modelos aqui apresentados, assim como o valor do desvio desta característica da roda, neste caso de $150\ \mu m$, são referentes à engrenagem de terceira velocidade utilizada no estudo experimental apresentado no capítulo 6 do presente trabalho e utilizados também na alínea 5.6.

Nas figuras 5.24 e 5.25 são apresentados os pormenores dos dentes em contacto dos dois conjuntos a analisar comparativamente.

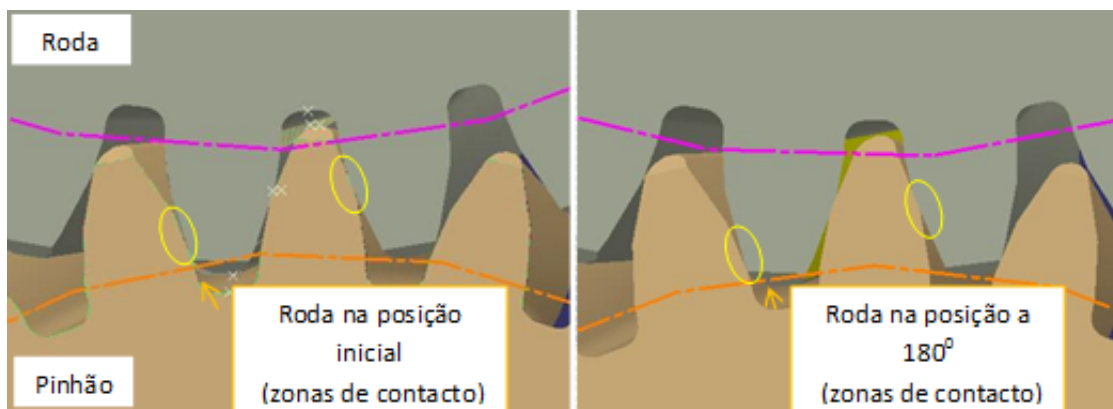


Figura 5.24: Conjunto pinhão e roda sem desvio de excentricidade - posição inicial (esquerda) e posição rodada(direita)

É possível constatar na figura 5.24, no caso do conjunto sem desvio desta característica, haver um contacto normal entre os dentes engrenados, tanto na posição inicial como na oposta rodada 180° .

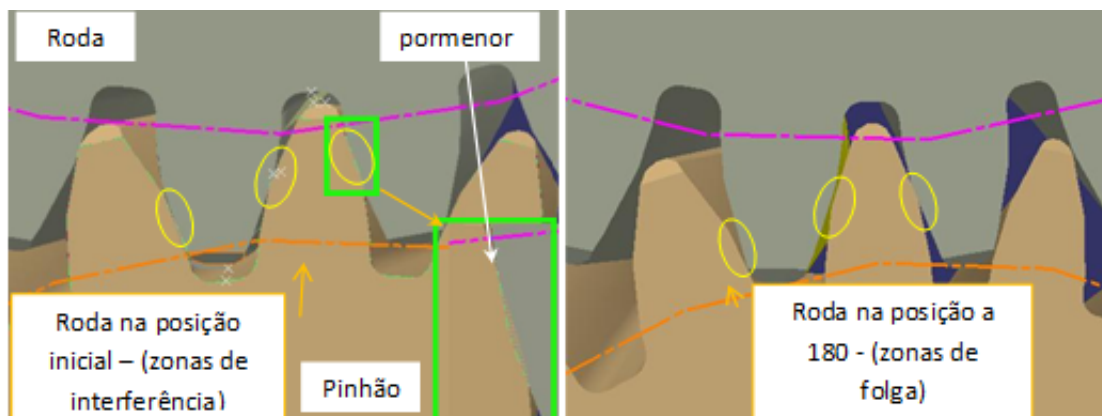


Figura 5.25: Conjunto pinhão e roda com desvio de excentricidade - posição inicial (esquerda) e posição rodada (direita)

No conjunto com desvio apresentado na figura 5.25, que traduz na prática uma variação do entre-eixo do engrenamento em duas posições opostas ocorridas durante uma rotação completa, verificam-se na posição inicial adoptada com o menor entre-eixo, a anulação completa da folga entre os dentes engrenados, havendo até um cruzamento das superfícies dos modelos, assim como as folgas aumentadas entre estes com a engrenagem rodada em 180° relativamente à posição inicial. Estes efeitos traduzem a diminuição e aumento do espaço entre os dentes engrenados, respectivamente, no diâmetro primitivo efectivo de contacto.

Os resultados agora obtidos, são idênticos aos provocados com desvios da característica “divisão”, sendo os fenómenos ocorridos entre os dentes semelhantes, traduzindo as diferenças dos passos efectivos dos dentes relativamente ao valor nominal.

Estas influências têm repercussões negativas, tanto relativamente aos esforços entre os dentes em contacto, como aos transmitidos aos correspondentes veios de suporte e seus apoios, assim como às diferentes deformações resultantes nestes elementos, ocorrendo estes ciclicamente em cada rotação completa do pinhão ou roda com erro destas características do conjunto engrenado²⁰.

Sobre a influência nos veios de suporte das rodas dentadas, é apresentada no estudo experimental apresentado no capítulo 6 do presente trabalho, na análise estrutural aí desenvolvida²¹.

5.8.2 Distribuição das tensões numa engrenagem com o menor entre-eixo

Na figura 5.26 são apresentados os resultados obtidos com o conjunto pinhão e roda analisado em pormenor na figura 5.25, tendo esta roda um desvio da característica excentricidade na posição respeitante ao seu menor entre-eixo e consequentemente não tendo folgas entre os dentes.

Pela análise dos valores obtidos na zona da raiz dos dentes, verifica-se que as tensões máximas resultantes são ligeiramente menores que as obtidas com o modelo sem desvio desta

²⁰Consultar alínea 4.6 do capítulo 4.

²¹Consultar a alínea 6.3 do capítulo 6.

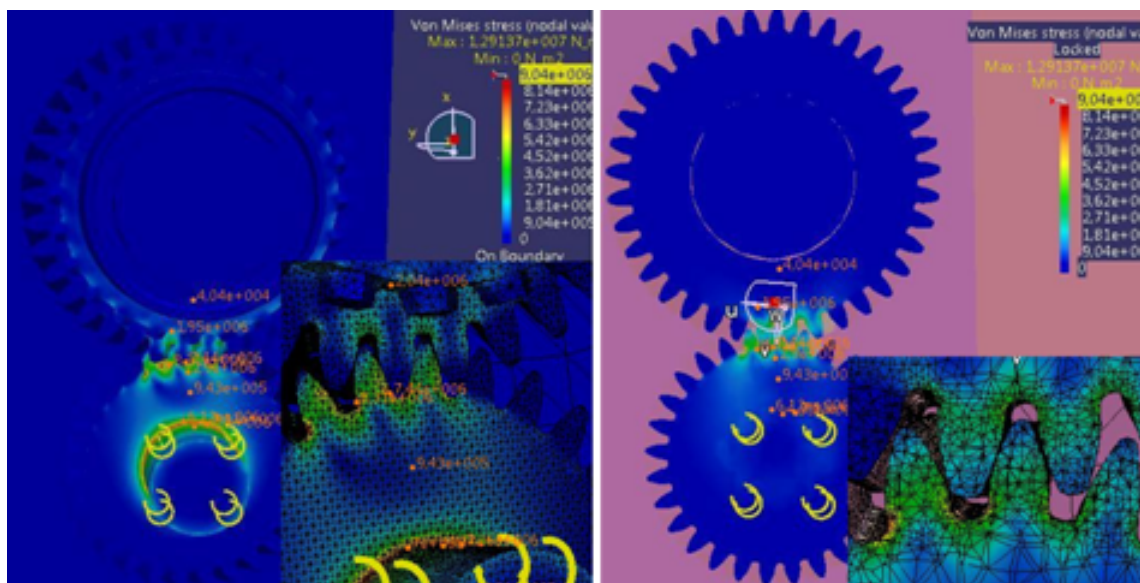


Figura 5.26: Distribuição das tensões - engrenagem com menor entre-eixo - representação normal (esquerda) e em corte (direita)

característica apresentados na anterior alínea 5.8.1, sendo os valores no dente correspondente à aplicação das forças na zona próxima do diâmetro primitivo: $\sigma = 7,4$ e $8,3 [\times 10^6 Pa]$. Nos dois dentes cujas forças são aplicadas nas zonas próximas dos diâmetros da cabeça e activo do pé, resultam também valores com a mesma tendência.

Sobre os valores apresentados, o primeiro refere-se às leituras realizadas no flanco da aplicação das forças e o segundo, no flanco oposto. Verifica-se também neste caso, serem superiores os valores obtidos no flanco oposto à aplicação das forças e sendo estas localizadas na trocói de concordância do pé do dente, pelas razões já apresentadas nas análises anteriores.

Estes resultados estão de acordo com o esperado, dado o diâmetro efectivo de contacto e a correspondente altura da aplicação das forças ser menor e não ser possível incluir no cálculo de computação os esforços resultantes da anulação da folga no contacto entre os dentes.

Sobre a distribuição das tensões acima e abaixo da zona da raiz dos dentes, apresenta-se de forma idêntica à verificada na análise apresentada anteriormente na alínea 5.6.6.

5.8.3 Distribuição das tensões numa engrenagem com o maior entre-eixo

Na figura 5.27 são apresentados agora os resultados obtidos com o conjunto pinhão e roda analisado em pormenor na figura 5.26, tendo agora a roda o desvio da característica excentricidade na posição que provoca o maior entre-eixo e assim o aumento das folgas entre os dentes.

Na zona da raiz dos dentes do conjunto apresentado na figura 5.27, verifica-se que as tensões máximas resultantes no dente correspondente à aplicação das forças na zona próxima do diâmetro primitivo são: $\sigma = 7,5$ e $8,5 [\times 10^6 Pa]$. Os valores apresentados, são referentes às mesmas zonas de leitura dos apresentados na alínea anterior, assim como estando os valores máximos localizados de forma idêntica à aí descrita.

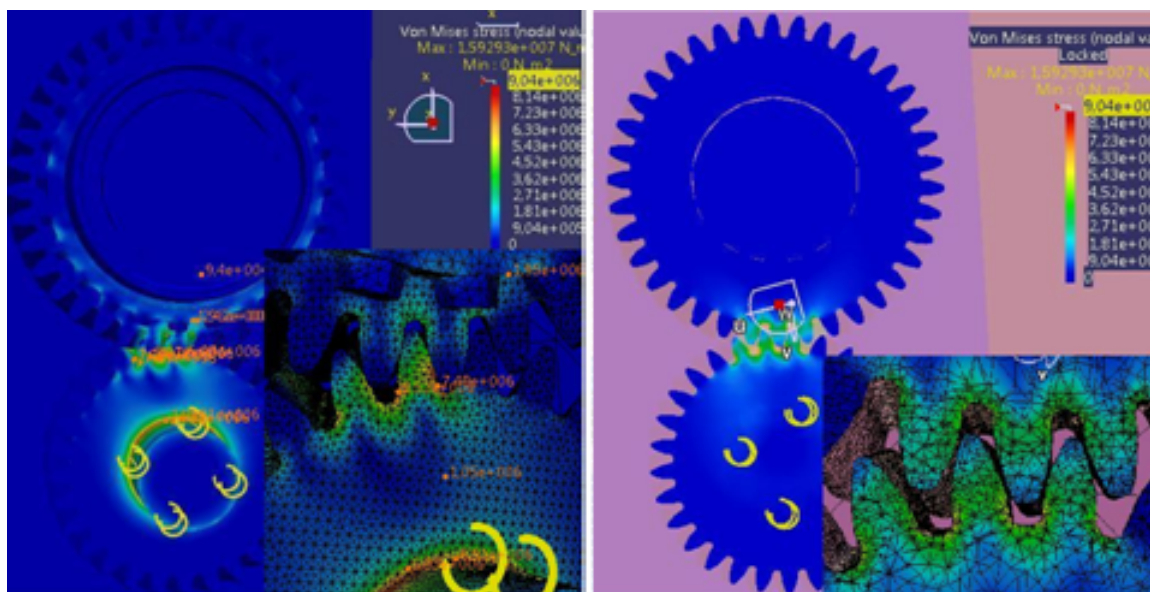


Figura 5.27: Distribuição das tensões - engrenagem com o maior entre-eixo - representação normal (esquerda) e em corte (direita)

Os resultados agora obtidos, estão de acordo com o esperado, apresentando valores muito próximos dos obtidos na alínea anterior, justificados pela reduzida diferença da variação do diâmetro primitivo efectivo de contacto entre os dentes engrenados e também não ser possível incluir a influência do aumento das folgas entre estes no cálculo de computação.

Sobre a distribuição das tensões acima e abaixo da zona da raiz dos dentes, é idêntica à apresentada anteriormente na alínea 5.6.6.

5.8.4 Resultados obtidos

O valor do desvio considerado da característica falso redondo da roda, é representativo para as dimensões dos dentes dos modelos utilizados, provocando a anulação completa da folga normal entre os dentes no diâmetro primitivo normal e mesmo uma sobreposição das superfícies, na posição do menor entre-eixo atingido, assim como o aumento desta folga na posição oposta.

Para a análise estrutural completa deste conjunto, de forma a ser avaliada a influência da variação do entre-eixo efectivo da engrenagem analisada, numa rotação completa da roda com o erro, seria necessário o estudo dinâmico do conjunto de forma a permitir a análise da influência real da variação desta característica do engrenamento. Dada esta impossibilidade de análise pelo software disponível para este trabalho, os resultados obtidos proporcionaram o estudo possível, de interesse relativamente às zonas de contacto, possibilitando a verificação das diferenças das folgas entre os dentes engrenados nas duas posições opostas respeitantes ao menor e maior valor do entre-eixo resultante, assim como a análise da distribuição das tensões resultantes nos dentes em esforço e nos corpos do pinhão e roda correspondentes.

Tendo em conta as limitações referidas, nesta análise estrutural desenvolvida foram obtidos

resultados esperados, com a influência da posição do contacto entre os dentes engrenados.

5.9 Análise estrutural de uma engrenagem solicitada com valores reais

A verificação do comportamento dos modelos e montagens desenvolvidas nas várias análises realizadas, com a aplicação de momentos com valores reais conhecidos, é de grande interesse, de forma a estes serem validados com elementos de referência.

Neste âmbito é agora apresentada a análise de uma engrenagem de dentado helicoidal, representada na figura 5.28, com as mesmas condições de fronteira adoptadas nas análises dos conjuntos anteriores, sendo contudo aplicado um momento com um valor máximo real, conforme indicado na anterior alínea 5.6.4.

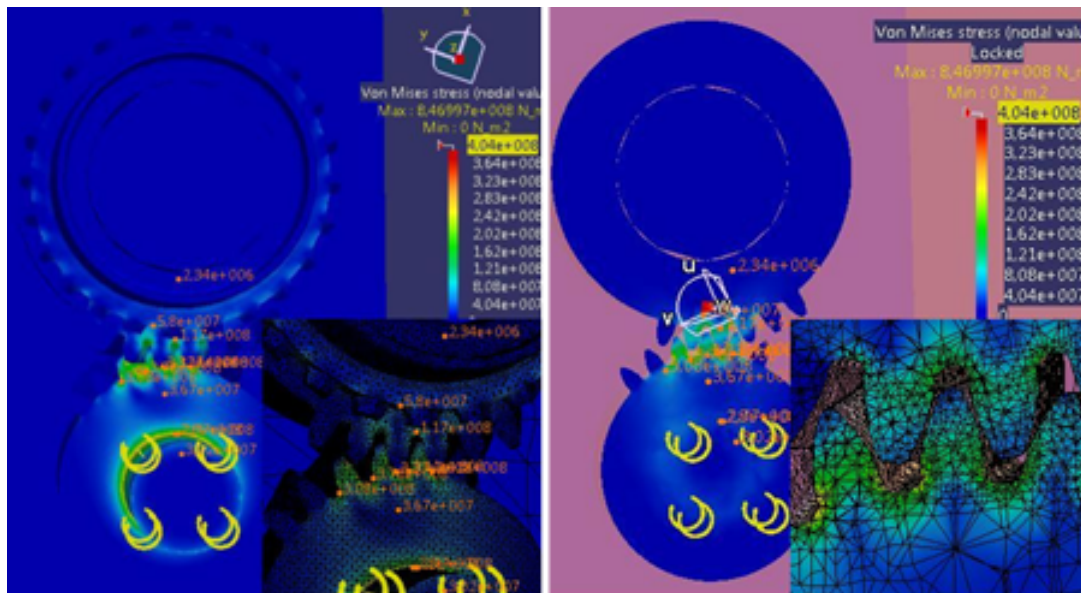


Figura 5.28: Distribuição das tensões - momento aplicado com valores reais - representação normal (esquerda) e em corte (direita)

Pela análise dos valores obtidos, verifica-se que as tensões máximas resultantes na zona da raiz do dente correspondem à aplicação das forças na zona próxima do diâmetro primitivo, com os valores: $\sigma = 427$ e $440 [\times 10^6 Pa]$. Nos dois dentes cujas forças são aplicadas nas zonas próximas dos diâmetros da cabeça e activo do pé, resultam também valores com a mesma tendência dos verificados nas análises apresentadas nas alíneas anteriores 5.6.5 e 5.6.6.

A distribuição das tensões acima e abaixo da zona da raiz dos dentes apresenta-se de forma semelhante à verificada na análise com a engrenagem apresentada anteriormente, na alínea referida 5.6.6.

Os resultados agora obtidos, estão próximos dos indicados pelo fabricante²², revelando a boa correlação de valores.

²²Valores não divulgados, por limitação da informação técnica pela Empresa fornecedora.

5.10 Análise global dos resultados obtidos

Relativamente aos valores das tensões e sua distribuição nos dentes em esforço, tanto na zona da raiz como acima e abaixo desta, foi verificado haver coerência nas análises desenvolvidas com dentes e rodas isoladamente, assim como em engrenagens em esforço, sendo localizadas na trocóide de concordância do pé e no flanco oposto à aplicação das forças, com os maiores valores.

Foi de interesse particular entre estes dois tipos de análises, a verificação das diferenças de valores obtidos entre os estudos com a aplicação das forças no flanco dos dentes a analisar, pela correspondente faixa de contacto, com os obtidos pelo contacto directo entre os próprios dentes em esforço.

Sobre a engrenagem desenvolvida com erro da característica excentricidade do dentado, foram verificadas as diferenças esperadas no contacto entre os dentes engrenados, embora não tenham sido obtidos os resultados correspondentes à influência de todos os factores resultantes deste defeito, sendo necessário para tal a análise dinâmica da montagem realizada.

A análise realizada com a aplicação de um momento real, proporcionou também resultados sobre a distribuição das tensões nos vários componentes, de acordo com as restantes análises, sendo os valores obtidos próximos dos indicados pelo fabricante. Estes resultados validam assim os modelos e montagens realizados no presente trabalho, assim como os critérios adoptados nas análises desenvolvidas neste capítulo, tanto com as rodas dentadas isoladamente, assim como com as engrenagens em esforço.

Capítulo 6

Estudos realizados com engrenagens

6.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os estudos realizados com engrenagens, em laboratório e após montagem numa caixa de velocidades, que compreendem respectivamente: um estudo experimental com a aplicação da técnica de holografia digital ESPI (Electronic speckle pattern interferometry) e um ensaio standardizado de verificação funcional de engrenagens, após montagem numa caixa de velocidades.

Inicialmente é apresentado o estudo experimental desenvolvido com a aplicação desta técnica referida, utilizando fisicamente engrenagens paralelas de dentado exterior helicoidal, sendo avaliados os deslocamentos da zona dos dentes engrenados, num plano horizontal, dos conjuntos pinhão e roda e correspondentes veios, em resultado de momentos a estes aplicados nos vários ensaios. Em introdução à aplicação desta técnica, são apresentados os cálculos teóricos sobre a simulação das montagens realizadas no desenvolvimento dos ensaios.

Após o desenvolvimento destes estudos, são apresentados os resultados obtidos com a análise das montagens realizadas, pelo método dos elementos finitos (MEF), sendo reproduzidos os componentes utilizados e condições de fronteira adoptadas. Para a realização deste estudo, foi utilizado o software CACTIA[®], com o qual foram desenvolvidos todos os modelos tridimensionais.

Por último, são apresentados os resultados de um ensaio de análise de ruído e esforço de passagem das várias relações de transmissão de uma caixa de velocidades automóvel, cujas engrenagens apresentavam características dos seus dentados, idênticas às respeitantes das engrenagens utilizadas no estudo experimental referido anteriormente, pela técnica de holografia digital. Os vários resultados obtidos são por fim comparados, de forma a ser assim feita a sua avaliação global.

As engrenagens utilizadas foram disponibilizadas pela Fábrica CACIA-Renault, tendo estas, um elevado nível de qualidade de fabrico, assim como uma cuidada geometria de concepção. Pré-requisitos determinantes, atendendo à aplicação prática destas engrenagens, em caixas de velocidades para equipam automóveis.

6.2 Estudo experimental com aplicação da técnica de Holografia Digital

6.2.1 Introdução

No âmbito da engenharia mecânica, a medição de deformações ou deslocamentos em componentes mecânicos e particularmente em engrenagens, isoladamente ou na sua montagem em funcionamento, sem a apalpação directa das respectivas superfícies, é um campo de interesse natural, fomentando o desenvolvimento de estudos com a aplicação de técnicas que dêem resposta efectiva a estes objectivos. Neste âmbito, são já muitos os estudos conhecidos, particularmente na área da Engenharia Mecânica, com a aplicação desta técnica de holografia digital, cujos resultados revelam a consistência e coerência necessários para a sua contínua exploração em novos estudos.

No presente trabalho, após analisadas as possibilidades práticas de análises a desenvolver com engrenagens cilíndricas, foram organizados e desenvolvidos estudos com a aplicação desta técnica no LOME - Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental da FEUP - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, com o objectivo da análise dos deslocamentos das zonas em contacto entre pinhão e roda em esforço, segundo um plano horizontal e na direcção vertical, de várias engrenagens utilizadas com e sem defeitos de algumas das suas principais características.

A realização destes ensaios obedeceu à montagem criteriosa dos vários equipamentos específicos para a aplicação deste tipo de tecnologia, tendo em conta a geometria das peças a analisar, a sua possível e melhor fixação para análise, assim como o próprio material das mesmas, conforme representação esquemática e real feita das diversas montagens realizadas, apresentadas neste capítulo.

Particularmente à disposição das engrenagens a analisar, foi concebida uma montagem de suporte específica para as engrenagens estudadas, de forma a permitir a sua correcta posição e possibilitar a aplicação desta técnica.

No desenvolvimento desta alínea, é feito inicialmente a abordagem sobre as engrenagens a analisar e a apresentação da montagem de suporte das mesmas, sendo apresentados todos os modelos respectivos realizados com base no software CATIA e apresentados os cálculos teóricos relativos à aplicação das forças envolvidas e consequentes deformações dos veios.

Após apresentados os resultados obtidos, teóricos e pela aplicação da técnica de holografia, é feita a sua comparação e conclusão final sobre os mesmos.

6.2.2 Montagem concebida para suporte das engrenagens

A montagem concebida para suporte das engrenagens analisadas teve como objectivo permitir a sua melhor posição para a verificação das zonas a analisar a partir de um plano horizontal superior, conforme exemplificado nas figuras 6.3 e enquadrar-se geométrica e dimensionalmente na disposição global dos equipamentos e dispositivos necessários à aplicação da técnica de holografia, como apresentado na figura 6.2.

Esta montagem possibilita o correcto posicionamento horizontal dos eixos da árvore dos pinhões e do veio de suporte das rodas das várias engrenagens estudadas relativamente ao plano de referência (mesa), assim como o bom paralelismo entre si. Possibilita ainda a alteração do valor do correspondente entre-eixo das várias engrenagens a estudar.

Para a aplicação do binário às engrenagens, foi aplicado um braço aos veios de suporte dos

pinhões ou das rodas, conforme pretendido, por intermédio do qual foram aplicadas forças de várias intensidades.

6.2.2.1 Componentes da montagem de suporte das engrenagens

Esta montagem é compreendida pelos componentes descritos a seguir, sendo representados tridimensionalmente nas figuras 6.1 e 6.2 e pelos correspondentes desenhos de definição, nas figuras C.1, C.2, C.3, C.4, C.5, C.6 e C.7 do apêndice C¹.

- **Quatro bases de apoio** tipo “boca de lobo”, com a mesma geometria e dimensões: Com perfil do apoio funcional de 45°, estas bases permitem o bom posicionamento dos veios de suporte das engrenagens, possibilitando a sua imobilização radial no sentido de cima para baixo, assim como axialmente.
- **Um dispositivo de suporte das rodas dentadas**: Dispositivo constituído por um veio, pinça de aperto, apoio inferior e porca de aperto, possibilitando o perfeito posicionamento das rodas paralelamente aos pinhões.
- **Quatro fixadores dos veios**: Permitem a imobilização radial no sentido de baixo para cima, dos veios de suporte das engrenagens, por intermédio do ajuste dos parafusos auxiliares de aperto.
- **“Braço”** de aplicação dos binários pretendidos: Permite a aplicação das cargas necessárias para a obtenção do binário a transmitir às engrenagens.
- **Réguas** intermédias e parafusos de aperto: Permitem realizar o aperto dos fixadores verticais e das bases de apoio à mesa.

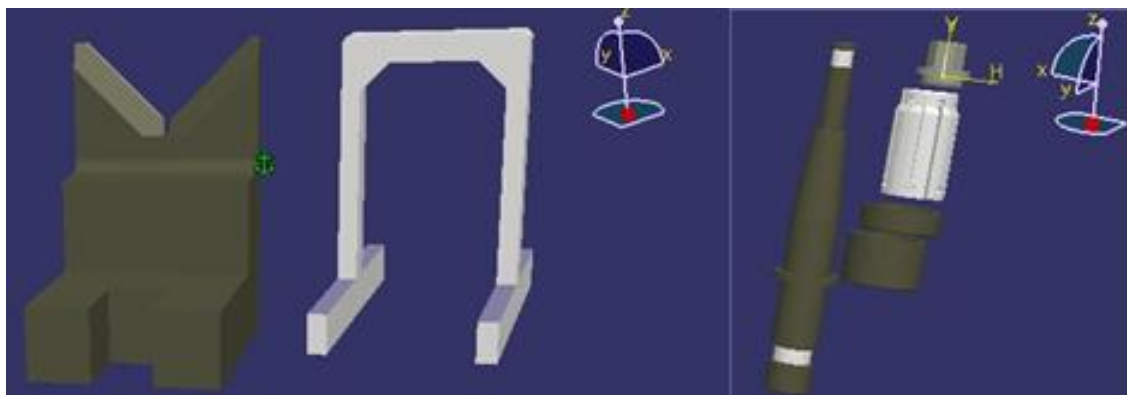


Figura 6.1: Base de apoio, Fixadores e Dispositivo de apoio das rodas

6.2.2.2 Montagem de suporte das engrenagens

Nas figuras 6.2 e 6.3 é apresentada a montagem concebida, sendo possível verificar o posicionamento dos veios de suporte dos pinhões e rodas nas bases de suporte utilizadas, permitindo a alteração da distância normal do entre-eixo assim como a limitação axial dos veios.

¹Componentes concebidos em cooperação com a Fábrica CACIA-Renault

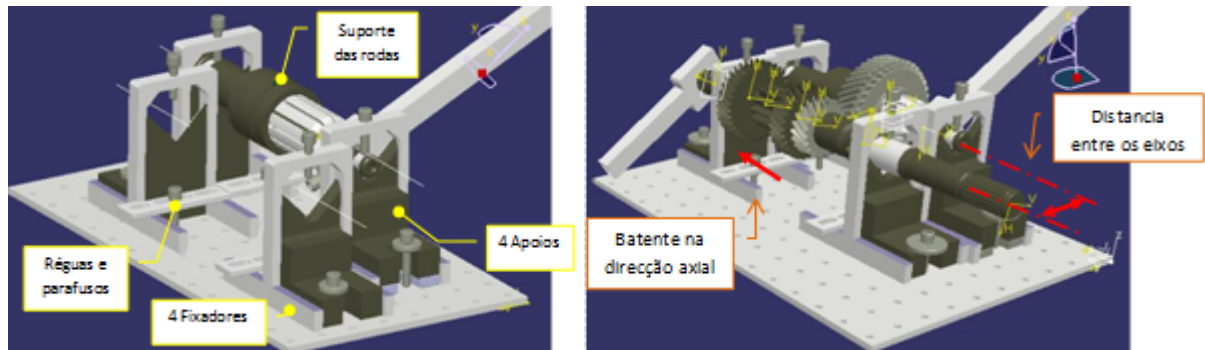


Figura 6.2: Montagem concebida para os ensaios de holografia (modelo com e sem engrenagens)

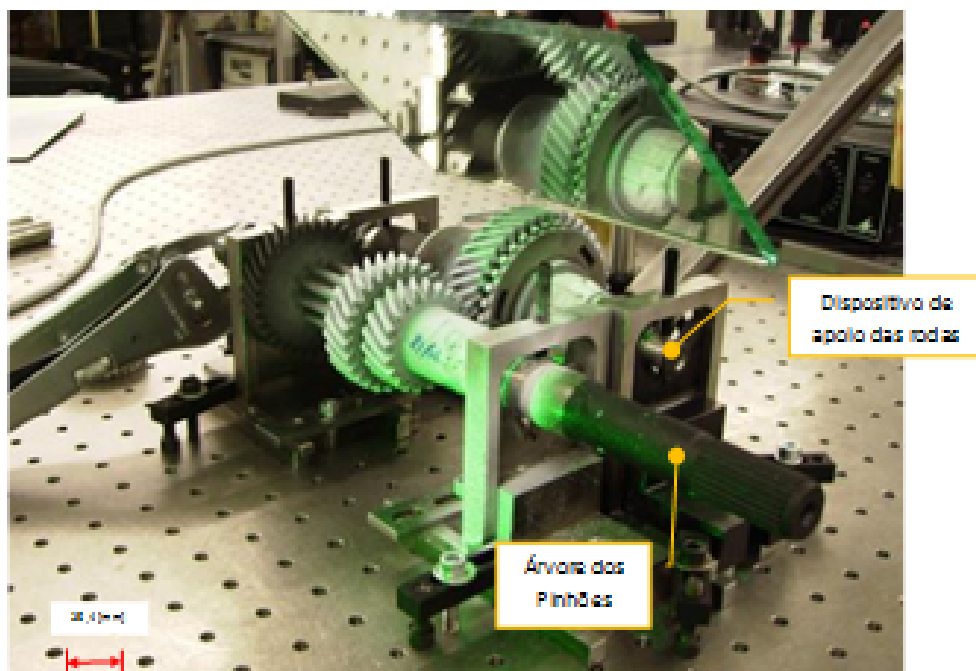


Figura 6.3: Montagem concebida (imagem real)

6.2.3 Engrenagens a analisar

6.2.3.1 Descrição e características dos pinhões e rodas das engrenagens

As engrenagens analisadas são cilíndricas de dentado helicoidal exterior e compreendidas por vários conjuntos “pinhão e roda” de diferentes dimensões e relações de transmissão, sendo os pinhões maquinados num mesmo corpo denominado por “árvore” e as rodas peças individuais com um furo central, tendo todos os dentados em comum o ângulo de pressão de 20° . Na tabela 6.1 são apresentadas as suas principais características.

- **Uma “árvore”** de engrenagens com cinco pinhões:

Representa na sua aplicação funcional os pinhões de primeira, segunda, terceira e quarta velocidade e marcha atrás, tendo estes, diferentes características dos dentados, descritas na tabela 6.1, sendo o elemento mandante das engrenagens, recebendo o binário directamente do elemento de motorização do veículo.

- **Três rodas dentadas:**

Representam na sua aplicação funcional as rodas de primeira, segunda e terceira velocidades, tendo estas também diferentes características dos dentados:

Características dos pinhões e rodas das engrenagens				
Designação da roda dentada	Número de dentes	Ângulo da hélice	Módulo [mm]	Diâmetro primitivo nominal [mm]
Pinhão de 1 ^a velocidade	11	$25,5^\circ$	2,3	28,042
Pinhão de 2 ^a velocidade	21	$31,5^\circ$	1,8	44,35
Pinhão de 3 ^a velocidade	28	$30,4^\circ$	1,8	58,44
Roda de 1 ^a velocidade	41	$25,5^\circ$	2,3	104,08
Roda de 2 ^a velocidade	43	$31,5^\circ$	1,8	90,82
Roda de 3 ^a velocidade	37	$30,4^\circ$	1,8	77,23

Tabela 6.1: Características dos pinhões e rodas das engrenagens analisadas

6.2.3.2 Representação dos pinhões e rodas das engrenagens estudadas

São representados na figura 6.4 os modelos tridimensionais da árvore dos pinhões e rodas das engrenagens estudadas no presente trabalho.

6.2.3.3 Sequência de montagem das engrenagens, nos ensaios realizados

Para a realização das várias montagens com as engrenagens pretendidas, foi adoptada sempre a mesma sequência de montagem dos vários componentes dos suportes respectivos, conforme descrição:

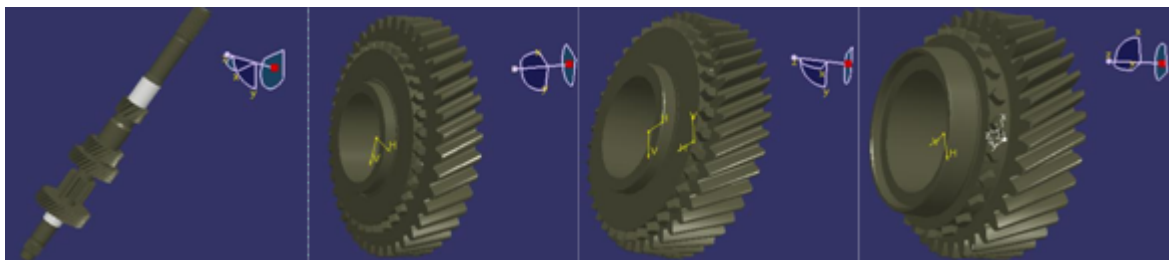


Figura 6.4: Árvore dos pinhões e Carretos de 1^a, 2^a e 3^a velocidade - modelos tridimensionais

a) Colocação das bases de apoio dos veios das engrenagens na mesa, nas posições pretendidas, de forma a ser conseguido o entre-eixo correspondente a cada engrenagem, em função dos diâmetros primitivos de funcionamento dos conjuntos pinhão e roda.

b) Colocação da roda no dispositivo de suporte e posteriormente, o conjunto nos suportes de apoio, em simultâneo com a árvore dos pinhões. Deve ser garantida a boa posição axial entre pinhão e roda, indicada pelo fabricante.

c) Limitar os movimentos na direcção vertical, da árvore dos pinhões e dispositivo de suporte da roda, ajustando os respectivos parafusos dos fixadores das engrenagens; contudo, de forma a permitir o movimento de rotação das engrenagens.

d) Bloquear o movimento de rotação de um dos veios das engrenagens, com a aplicação de um braço de fixação.

e) Colocar o braço previsto para a aplicação do momento no veio pretendido, e aplicar a pré carga.

Nota 1: A aplicação da pré-carga, tem como objectivo eliminar os deslocamentos indesejáveis na colocação posterior da carga final, evitando assim perturbar a quantificação dos deslocamentos efectivamente ocorridos na superfície analisada, no decorrer da aplicação desta técnica.

f) Colocar a carga final, sendo assim atingido o momento máximo que actua na engrenagem em estudo.

6.2.4 Momentos e forças aplicadas nas engrenagens

Os momentos aplicados às várias engrenagens foram conseguidos por intermédio do braço da montagem, proporcionando forças resultantes entre os dentes das respectivas engrenagens; sendo feita nesta alínea a representação esquemática destes momentos e forças resultantes nos dentes.

6.2.4.1 Representação dos momentos aplicados às engrenagens

Nas figuras 6.5 e 6.6, são apresentados os modelos e respectivas imagens reais de duas das montagens efectuadas, sendo aí feita a representação dos momentos resultantes e forças aplicadas no respectivo braço da montagem.

Sendo as engrenagens em estudo constituídas por pinhões e rodas com dentados helicoidais, a orientação das várias forças que actuam nos dentes em contacto, é condicionada pelos respectivos ângulos de pressão e da hélice².

²Consultar a alínea 2.13.4 do capítulo 2.

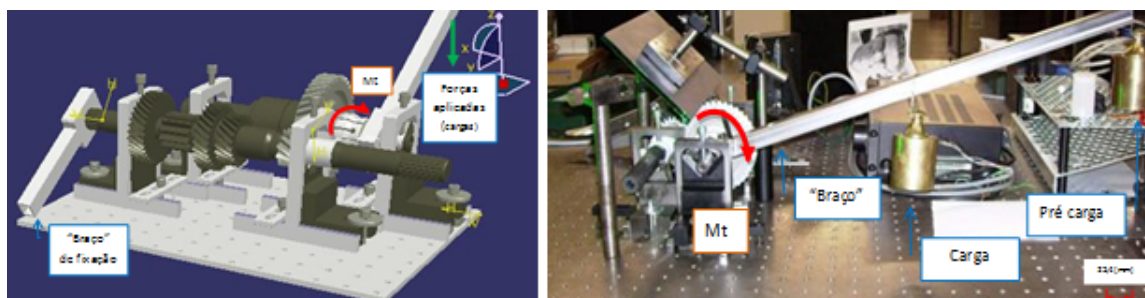


Figura 6.5: Momento aplicado ao veio de suporte da roda - modelo tridimensional e imagem real

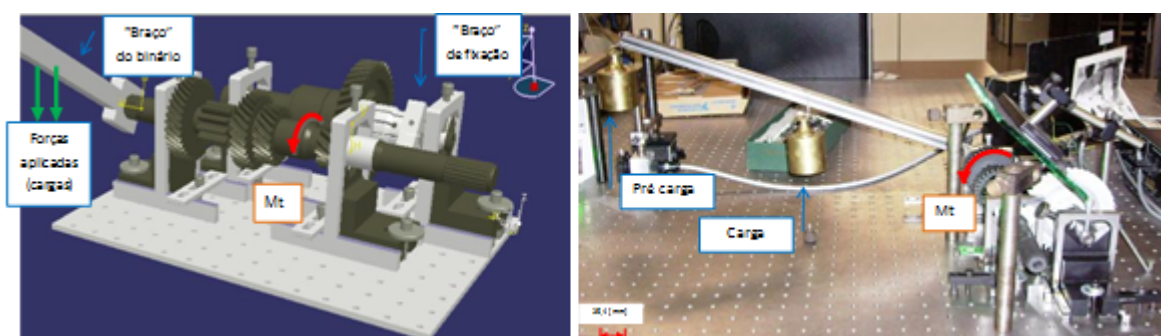


Figura 6.6: Momento aplicado à árvore dos pinhões - modelo tridimensional e imagem real

Para a correcta análise dos esforços que ocorrem nos veios das engrenagens e respectivos apoios, é de grande importância o conhecimento da orientação das direcções e sentidos das forças que actuam nos dentes em contacto, relativamente aos respectivos eixos e planos de referência. Neste âmbito, na figura 6.7 são apresentadas as forças, num modelo tridimensional da montagem concebida:

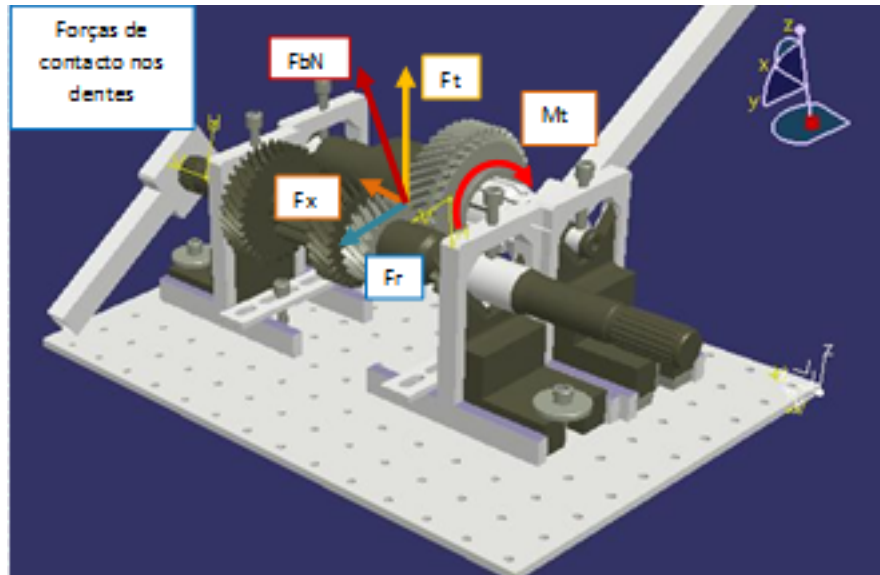


Figura 6.7: Forças aplicadas nos dentes das engrenagens - modelo tridimensional

6.2.5 Cálculos teóricos dos deslocamentos ocorridos nos veios de suporte das engrenagens

Nesta alínea, são apresentados os estudos teóricos sobre os deslocamentos que ocorrem na árvore dos pinhões e veio de suporte das rodas, nas posições respectivas dos pinhões de primeira, segunda e terceira velocidades e das rodas correspondentes, em função dos momentos aplicados. Estes momentos conseguidos nas várias montagens, foram calculados em função da aplicação da carga, conforme exemplificado nas montagens apresentadas nas alíneas seguintes.

Para a realização destes cálculos, utilizaram-se as fórmulas para os casos gerais das solicitações em vigas, tendo como base as especificidades relativas ao correspondente material e dimensões das engrenagens, assim como a globalidade das características necessárias para estes estudos. Sobre as dimensões dos veios, foi considerado para cada estudo o diâmetro de menor valor mais próximo do pinhão ou roda a estudar em cada caso. De forma a ser possibilitada a comparação dos resultados aqui apresentados com os obtidos pelas outras técnicas utilizadas, são apenas realizados os cálculos dos deslocamentos relativos à acção das forças tangenciais, que actuam no plano vertical. [1][23][31].

6.2.5.1 Índice das variáveis

Na tabela 6.2, é apresentado o índice das variáveis.

a_b - Cota entre o veio de suporte dos pinhões ou rodas e a força de carga	L - Distancia entre os apoios
b_b - Cota do braço, entre força de carga e força de pré-carga	E - Coeficiente de elasticidade do material
l_a - Distancia do apoio A ao pinhão ou roda a analisar	R_{At} - Reacção no apoio A, na direcção tangencial
l_b - Distancia do apoio B ao pinhão ou roda a analisar	R_{Bt} - Reacção no apoio B, na direcção tangencial
	V - Deslocamento na direcção tangencial
	M_t - Momento torçor
	X - Distância ao deslocamento

Tabela 6.2: Índice das variáveis - Capítulo 6

6.2.5.2 Deslocamentos com engrenagem de primeira velocidade - momento exercido no veio da roda

Na presente alínea são desenvolvidos os cálculos relativos à quantificação dos deslocamentos que ocorrem na árvore dos pinhões, com a engrenagem do pinhão e roda de primeira velocidade, conforme montagem apresentada na figura 6.8.

6.2.5.2.1 Forças exercidas entre o pinhão e roda

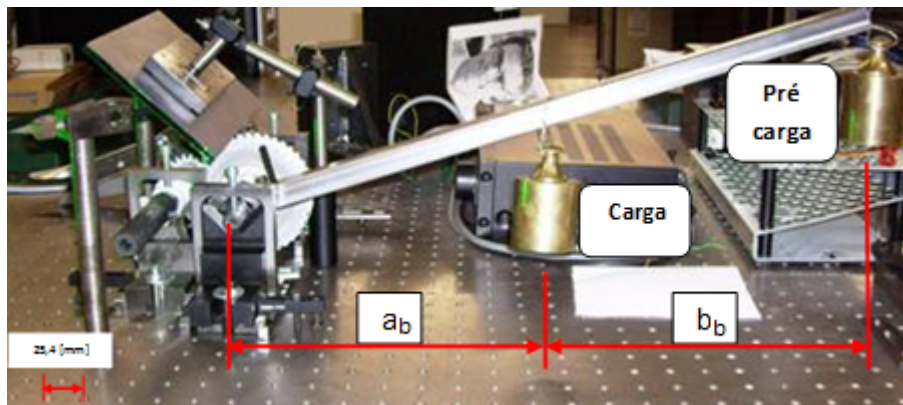


Figura 6.8: Representação da montagem com braço no veio da roda e engrenagem de 1ª velocidade

Relativamente à ordem de apresentação dos cálculos, é inicialmente obtido o valor do momento atingido na roda, em função do qual são calculadas posteriormente as forças exercidas entre os dentes da roda e pinhão e com base nestas, quantificados os deslocamentos obtidos nesta árvore.

a) Cálculo do momento exercido pela acção da carga (M_t), pela expressão (6.1):
 $M_t = 2,26 \text{ N} \times m$; com: $a_b = 229 \text{ mm}$; $b_b = 217 \text{ mm}$; $F_c = 9,849 \text{ N}$ (força da carga).

$$M_t = a_b \times F_c \quad (6.1)$$

b) Cálculo da força tangencial exercida (F_t), pela expressão (2.35):
 $F_t = 43,4 \text{ N}$; com: $M_t = 2,26 \text{ N} \times m$; $r'_p = 52,04 \text{ mm}$ (roda).

c) Cálculo da força radial exercida (F_r), pela expressão (a)-(2.37):
 $F_r = 16,9 \text{ N}$; com: $F_t = 43,4 \text{ N}$; α'_n ; β'^3 .

d) Cálculo da força axial exercida, pela expressão (b)-(2.37): $F_x = 20,7 \text{ N}$

e) Cálculo da força normal exercida, pela expressão (a)-(2.38): $F_n = 48,1 \text{ N}$

f) Cálculo da força normal total exercida, pela expressão (b)-(2.38): $F_{bn} = 56,5 \text{ N}$

6.2.5.2.2 Deslocamento ocorrido pela acção da força tangencial .

A força tangencial proporciona um deslocamento no plano vertical, normal ao plano comum aos eixos respectivos do pinhão e roda desta engrenagem e no sentido de baixo para cima, conforme representado na figura 6.9, no esquema da montagem e diagrama de corpo livre:

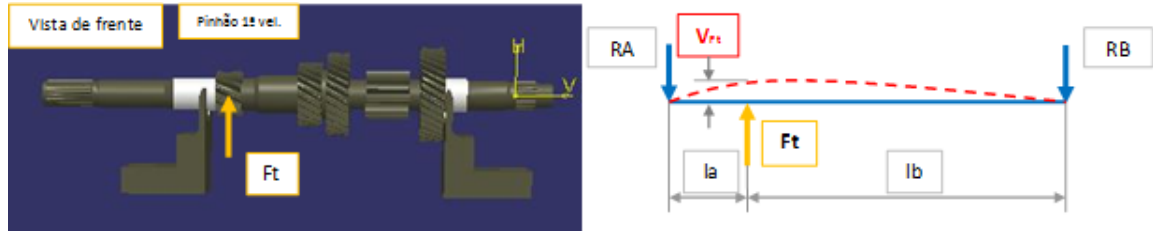


Figura 6.9: Força tangencial - pinhão de 1ª velocidade - esquema e diagrama de corpo livre

Com: $l_a = X = 12 \text{ mm}$; $l_b = 153 \text{ mm}$; $L = l_a + l_b = 165 \text{ mm}$; $F_t = 43,4 \text{ N}$; $E = 210 \text{ GPa}$.

Cálculo do momento de área da árvore dos pinhões, pela expressão (6.2):

$I = 1,7 \times 10^4 \text{ mm}^4$; com: $D = 24,4 \text{ mm}$ (diâmetro da árvore).

$$I = (\pi \times D^4) \div 64 \quad (6.2)$$

a) Cálculo das reacções nos apoios, R_{At} e R_{Bt} , em função da força tangencial, pelas expressões (a)-(6.3) e (b)-(6.3), respectivamente:

$R_{At} = 40,28 \text{ N}$ e $R_{Bt} = 40,28 \text{ N}$.

$$(a) R_{At} = (F_t \times l_b) \div L ; (b) R_{Bt} = (F_t \times l_a) \div L \quad (6.3)$$

b) Cálculo do deslocamento, provocado pela força tangencial, pela expressão (6.4):

$V_t (X \leq l_a) = 8,1 \times 10^{-4} \text{ mm}$.

$$V_t (X \leq l_a) = [(F_t \times l_b \times X) \div (6 \times E \times I \times L)] \times (X^2 + l_b^2 - L^2) \quad (6.4)$$

³Valores não divulgados, por limitação da informação técnica pela Empresa fornecedora.

6.2.5.3 Deslocamentos com engrenagem de primeira velocidade - momento exercido na árvore dos pinhões

Nesta alínea são apresentados os cálculos para a quantificação dos deslocamentos no veio de suporte da roda, com o mesmo conjunto pinhão e roda da 1ª velocidade utilizados na alínea 6.2.5.2, assim como igual valor do momento aí calculado.

O momento é agora aplicado na árvore dos pinhões, em função do novo acoplamento do braço da montagem, aí efectuada e as forças resultantes nos dentes são agora superiores às verificadas na alínea anterior, em função do menor diâmetro deste pinhão, conforme apresentado na figura 6.10.

6.2.5.3.1 Forças exercidas entre o pinhão e roda ⁴

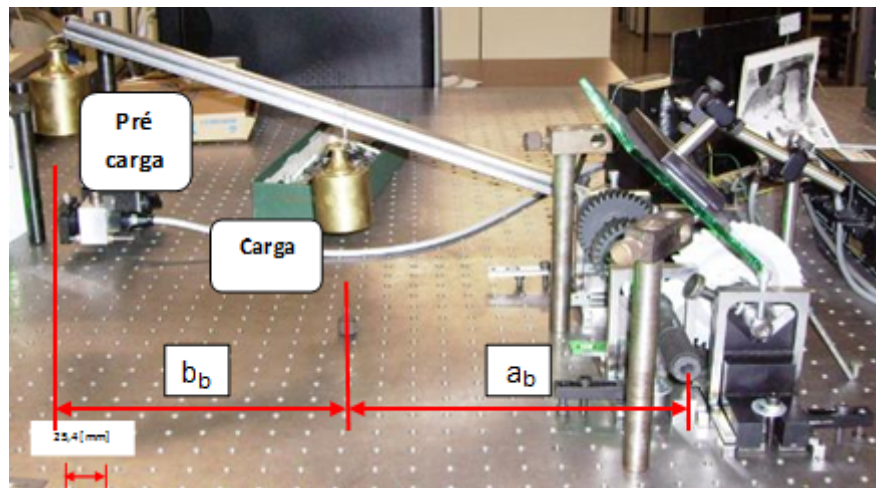


Figura 6.10: Representação da montagem com braço na árvore dos pinhões e engrenagem de 1ª velocidade

- a) Força tangencial, com (2.35): $F_t = 161,9 \text{ N}$; com: $M_t = 2,26 \text{ N}\times\text{m}$; $r'_p = 13,96 \text{ mm}$ (pinhão).
- b) Força radial, com (a)-(2.37): $F_r = 62,9 \text{ N}$; com: $F_t = 161,9 \text{ N}$; α'_n ; β'^5 .
- c) Força axial, com (b)-(2.37): $F_x = 77,1 \text{ N}$.
- d) Força normal, com (a)-(2.38): $F_n = 179,3 \text{ N}$.
- e) Força normal total, com (b)-(2.38): $F_{bn} = 210,4 \text{ N}$.

6.2.5.3.2 Deslocamento pela acção da força tangencial ⁶

Na figura 6.11, é representada a força tangencial (F_t) no esquema da montagem e diagrama de corpo livre:

⁴Consultar fórmulas utilizadas na alínea 6.2.5.2.1

⁵Valores não divulgados, por limitação da informação técnica pela Empresa fornecedora.

⁶Consultar fórmulas utilizadas na alínea 6.2.5.2.2.

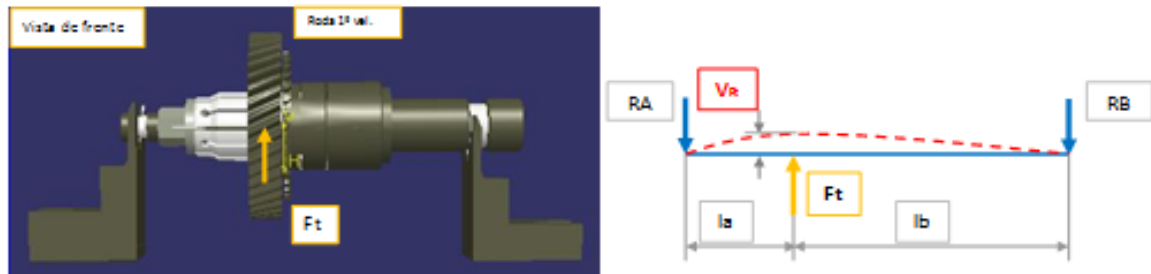


Figura 6.11: Força tangencial - roda de 1ª velocidade - esquema e diagrama de corpo livre

Momento de área do veio, com (6.2):

$I = 2,77 \times 10^4 \text{ mm}^4$; com: $D = 27,4 \text{ mm}$ (diâmetro médio do veio).

Com: $l_a = X = 63 \text{ mm}$; $l_b = 121 \text{ mm}$; $L = l_a + l_b = 185 \text{ mm}$; $F_t = 43,4 \text{ N}$; $E = 210 \text{ GPa}$:

a) Reacções nos apoios, em função da força tangencial, com (a)-(6.3) e (b)-(6.3):

$R_{At} = 106,25 \text{ N}$; $R_{Bt} = 55,66 \text{ N}$.

b) Deslocamento, em função da força tangencial, com (6.4): $V_t (X \leq l_a) = 2,99 \times 10^{-4} \text{ mm}$.

6.2.5.4 Deslocamentos com engrenagem de segunda velocidade - momento exercido no veio da roda

Neste ensaio são agora calculados os deslocamentos ocorridos na árvore dos pinhões, com a engrenagem do pinhão e roda de segunda velocidade. O braço de suporte das cargas é aplicado novamente no veio de suporte da roda, sendo a posição da colocação da carga também invertida com a da pré-carga, conforme apresentado na figura 6.12.

6.2.5.4.1 Forças exercidas entre o pinhão e roda ⁷

A ordem de apresentação dos cálculos é contudo a mesma adoptada nas alíneas anteriores, com o cálculo inicial do momento atingido na roda, seguidamente as forças exercidas entre os dentes da roda e pinhão e posteriormente os correspondentes deslocamentos na árvore dos pinhões, representados na figura 6.13.

a) Momento exercido pela acção da carga (M_t), com (6.1):

$M_t = 4,39 \text{ N} \times m$; com: $a_b = 229 \text{ mm}$; $b_b = 217 \text{ mm}$; $F_c = 9,849 \text{ N}$ (carga).

b) Força tangencial, com (2.35): $F_t = 99,1 \text{ N}$; com: $M_t = 4,39 \text{ N} \times m$; $r'_p = 43,4 \text{ mm}$ (roda).

c) Força radial, com (a)-(2.37): $F_r = 32,7 \text{ N}$; com: $F_t = 99,1 \text{ N}$; α'_n ; β' ⁸.

d) Força axial, com (b)-(2.37): $F_x = 59,4 \text{ N}$.

e) Força normal, com (a)-(2.38): $F_n = 115,5 \text{ N}$.

⁷Consultar fórmulas utilizadas na alínea 6.2.5.2.1

⁸Valores não divulgados, por limitação da informação técnica pela Empresa fornecedora.

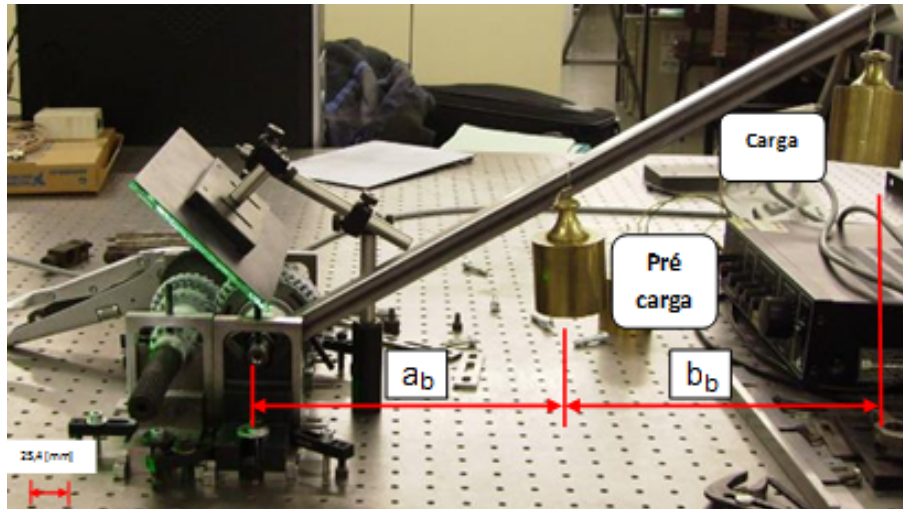


Figura 6.12: Representação da montagem com braço no veio da roda e engrenagem de 2ª velocidade

f) Força normal total, com (b)-(2.38): $F_{bn} = 139,9 \text{ N}$.

6.2.5.4.2 Deslocamento pela aplicação da força tangencial ⁹

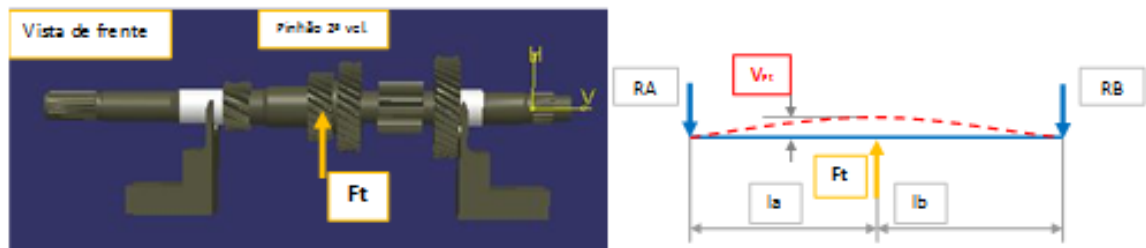


Figura 6.13: Força tangencial - pinhão de 2ª velocidade - esquema e diagrama de corpo livre

Momento de área do veio, com (6.2):
 $I = 1,28 \times 10^4 \text{ mm}^4$; com: $D = 22,6 \text{ mm}$ (diâmetro da árvore).

Com: $l_a = X = 70 \text{ mm}$; $l_b = 95 \text{ mm}$; $L = l_a + l_b = 165 \text{ mm}$; $F_t = 99,1 \text{ N}$; $E = 210 \text{ GPa}$:

a) Reacções nos apoios, em função da força tangencial, com (a)-(6.3) e (b)-(6.3):
 $R_{At} = 57,3 \text{ N}$; $R_{Bt} = 42,02 \text{ N}$.

b) Deslocamento, em função da força tangencial, com (6.4): $V_t (x \leq l_a) = 3,29 \times 10^{-4} \text{ mm}$.

⁹Consultar fórmulas utilizadas na alínea 6.2.5.2.2.

6.2.5.5 Deslocamentos na árvore dos pinhões, com engrenagem de terceira velocidade - momento exercido no veio da roda

São nesta alínea apresentados os vários cálculos relativos à quantificação dos deslocamentos na árvore dos pinhões, com a engrenagem do pinhão e roda da 3ª velocidade, sendo de novo invertidas as posições entre carga e pré-carga, conforme representado na figura 6.14.

6.2.5.5.1 Forças exercidas entre o pinhão e roda ¹⁰

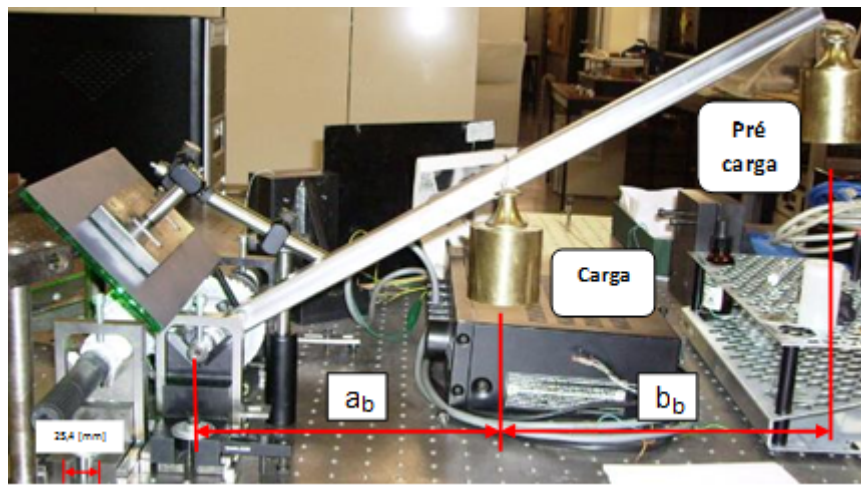


Figura 6.14: Representação da montagem com engrenagem de 3ª velocidade

Para a obtenção destes valores, são também calculadas previamente as forças exercidas entre os dentes da roda e pinhão e posteriormente os correspondentes deslocamentos na árvore dos pinhões, representados na figura 6.15.

- a) Momento exercido pela acção da carga, com (6.1):
 $M_t = 2,26 \text{ N} \times m$; com: $a_b = 229 \text{ mm}$; $b_b = 217 \text{ mm}$; $c = 223 \text{ mm}$; $F_c = 9,849 \text{ N}$ (carga).
- b) Força tangencial, com (2.35): $F_t = 60,2 \text{ N}$; com: $M_t = 2,26 \text{ N} \times m$;
 r'_p (roda) = $43,4 \text{ mm}$.
- c) Força radial com (a)-(2.37): $F_r = 18,6 \text{ N}$; com: $F_t = 60,2 \text{ N}$; α'_n ; β'^{11} .
- d) Força axial, com (b)-(2.37): $F_x = 34,4 \text{ N}$.
- e) Força normal, com (a)-(2.38): $F_n = 69,3 \text{ N}$.
- f) Força normal total, com (b)-(2.38): $F_{bn} = 82,6 \text{ N}$.

¹⁰Consultar fórmulas utilizadas na alínea 6.2.5.2.1

¹¹Valores não divulgados, por limitação da informação técnica pela Empresa fornecedora.

6.2.5.5.2 Deslocamento pela acção da força tangencial ¹²

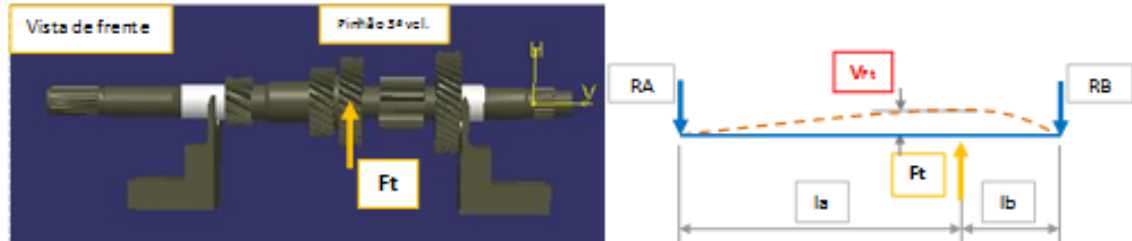


Figura 6.15: Força tangencial - pinhão de 3ª velocidade - esquema e diagrama de corpo livre

Momento de área do veio, com (6.2):

$I = 1,28 \times 10^4 \text{ mm}^4$; com: $D = 22,6 \text{ mm}$ (diâmetro da árvore).

Com: $l_a = X = 90,5 \text{ mm}$; $l_b = 74,5 \text{ mm}$; $L = l_a + l_b = 165 \text{ mm}$; $F_t = 60,2 \text{ N}$; $E = 210 \text{ GPa}$:

a) Reacções nos apoios, em função da força tangencial, com (a)-(6.3) e (b)-(6.3):
 $R_{At} = 27,26 \text{ N}$; $R_{Bt} = 33 \text{ N}$.

b) Deslocamento, em função da força tangencial, com (6.4): $V_t (X \leq l_a) = 2,05 \times 10^{-4} \text{ mm}$.

6.2.5.6 Deslocamentos com engrenagem de terceira velocidade - momento exercido na árvore dos pinhões

São agora apresentados os cálculos numéricos para a quantificação dos deslocamentos na árvore dos pinhões, também com a mesma engrenagem do pinhão e roda de 3 velocidade utilizados na alínea anterior. O momento é aplicado agora na árvore dos pinhões, tendo este agora um valor de maior intensidade em função do menor ângulo do braço da montagem relativamente ao plano horizontal, conforme apresentado na figura 6.16.

6.2.5.6.1 Forças exercidas entre o pinhão e roda ¹³

Cálculo das forças exercidas entre os dentes da roda e pinhão e posteriormente os correspondentes deslocamentos na árvore dos pinhões, representados na figura 6.17.

a) Momento exercido pela acção da carga, com (6.1):
 $M_t = 2,496 \text{ N} \times m$; com: $a_b = 253 \text{ mm}$; $b_b = 217 \text{ mm}$; $c = 239 \text{ mm}$; $F_c = 9,849 \text{ N}$ (carga).

b) Força tangencial, com (2.35): $F_t = 87,8 \text{ N}$; com: $M_t = 2,496 \text{ N} \times m$; $r'_p = 28,43 \text{ mm}$ (pinhão).

c) Força radial, com (a)-(2.37): $F_r = 27,1 \text{ N}$; com: $F_t = 87,8 \text{ N}$; α'_n ; β'^{14} .

¹²Consultar fórmulas utilizadas na alínea 6.2.5.2.2.

¹³Consultar fórmulas utilizadas na alínea 6.2.5.2.1

¹⁴Valores não divulgados, por limitação da informação técnica pela Empresa fornecedora.

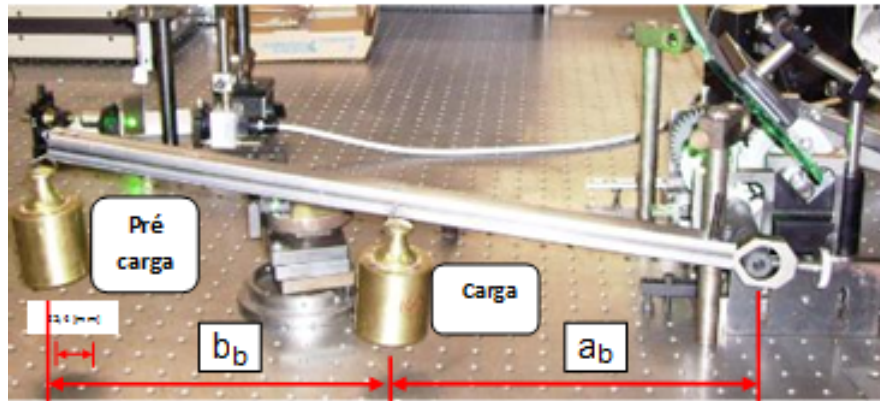


Figura 6.16: Representação da montagem com braço na árvore dos pinhões e engrenagem de 3ª velocidade

d) Força axial, com (b)-(2.37): $F_x = 50,1 \text{ N}$.

e) Força normal, com (a)-(2.38): $F_n = 101,1 \text{ N}$.

f) Força normal total, com (b)-(2.38): $F_{bn} = 120,6 \text{ N}$.

6.2.5.6.2 Deslocamento pela aplicação da força ¹⁵

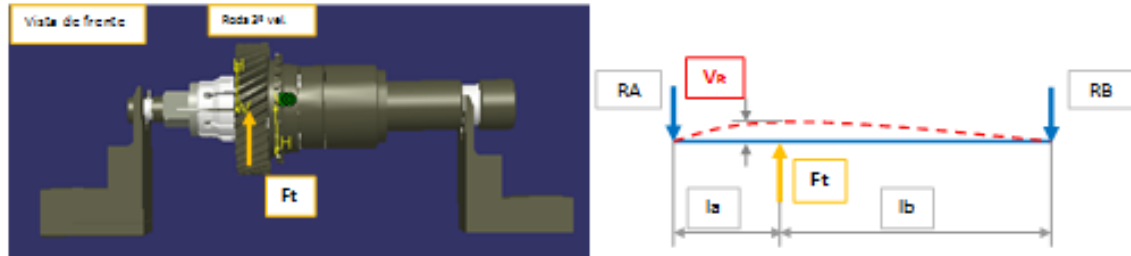


Figura 6.17: Força tangencial - roda de 3ª velocidade - esquema e diagrama de corpo livre

Momento de área do veio, com (6.2):

$I = 1,28 \times 10^4 \text{ mm}^4$; com: $D = 22,6 \text{ mm}$ (diâmetro da árvore).

Com: $l_a = X = 90,5 \text{ mm}$; $l_b = 74,5 \text{ mm}$; $L = l_a + l_b = 165 \text{ mm}$; $F_t = 60,2 \text{ N}$; $E = 210 \text{ GPa}$:

a) Reacções nos apoios, em função da força tangencial, com (a)-(6.3) e (b)-(6.3):

$R_{At} = 39,64 \text{ N}$; $R_{Bt} = 48,15 \text{ N}$.

b) Deslocamento, em função da força tangencial, com (2.35): $V_t (X \leq l_a) = 3 \times 10^{-3} \text{ mm}$.

¹⁵Consultar fórmulas utilizadas na alínea 6.2.5.2.2.

6.2.6 Comparação dos valores das forças e deslocamentos obtidos

6.2.6.1 Comparação dos valores das forças obtidas

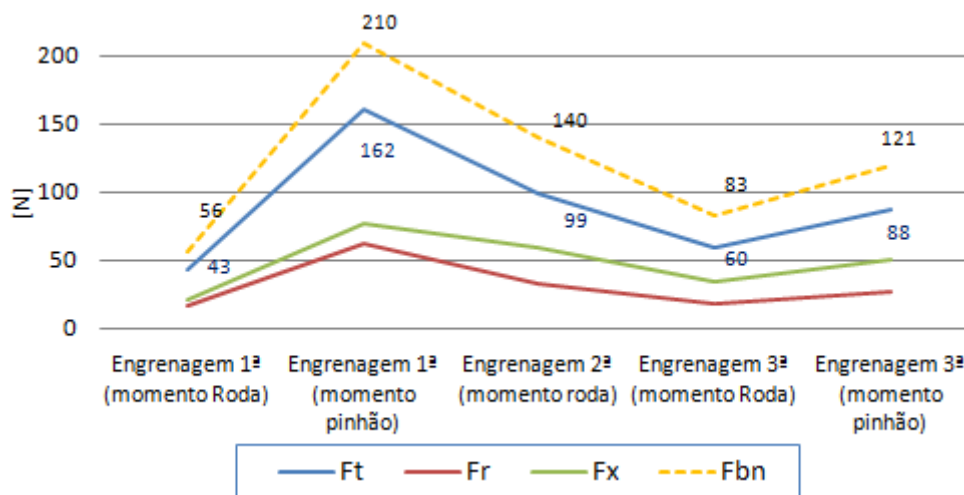


Figura 6.18: Comparação das forças exercidas entre os dentes do pinhão e roda

Na análise do gráfico da figura 6.18 é de realçar que os valores obtidos de maior intensidade, foram os referentes às montagens realizadas com as engrenagens de primeira e terceira velocidades e nas quais se efectuou a aplicação do momento na árvore dos pinhões. Estes resultados são conseguidos em função do menor diâmetro primitivo dos pinhões, relativamente às rodas, embora com igual valor do momento aplicado.

Comparativamente às forças que actuam nos eixos principais, nas direcções vertical e horizontal, a força obtida com valor de maior intensidade foi a tangencial “Ft”, sendo a de menor intensidade a radial “Fr”, esta com valores muito próximos dos obtidos pela axial. Os valores superiores da força axial relativamente à radial devem-se à influência do elevado valor do ângulo da hélice (relativo ao diâmetro primitivo de funcionamento), com valores próximos de 30°.

De realçar que conforme previsto, a força de maior intensidade actua na posição normal aos dentes, sendo esta calculada relativamente ao seu posicionamento relativo ao ângulo de pressão normal e da hélice, de funcionamento.

6.2.6.2 Comparação dos valores dos deslocamentos obtidos pelos cálculos teóricos

São apresentados no gráfico da figura 6.19, os resultados dos deslocamentos obtidos em todas as posições das engrenagens estudadas, em cada veio de suporte, por acção das várias forças tangenciais aplicadas.

Nesta análise, verifica-se agora serem atingidos os maiores valores nas zonas de segunda e terceira velocidade, sendo estes também coerentes tendo em conta as dimensões e geometria desta árvore, assim como a localização das respectivas engrenagens em relação aos apoios. Neste âmbito, a distância das engrenagens aos apoios assume importância relevante para a obtenção dos deslocamentos, sendo estes directamente proporcionais.

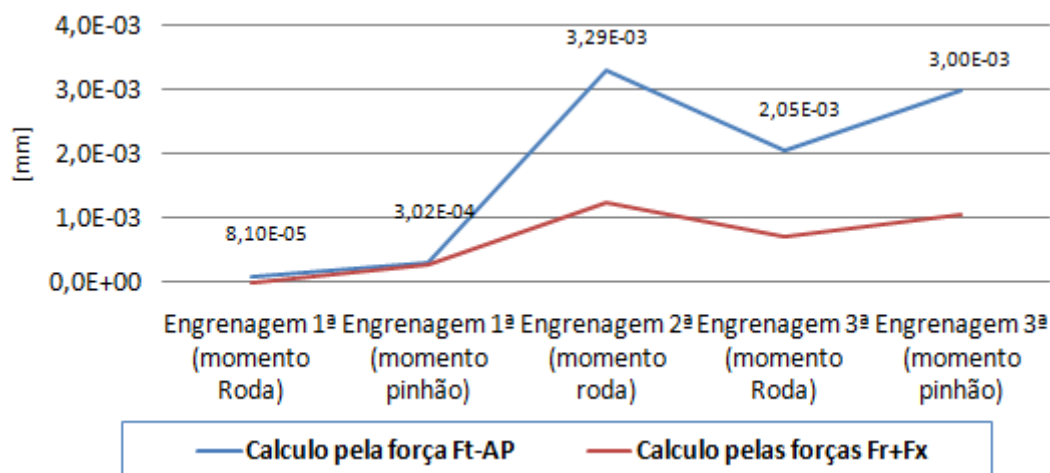


Figura 6.19: Comparação dos deslocamentos ocorridos na árvore dos pinhões

Os resultados revelam assim ser nestas zonas onde deve haver a maior atenção durante a fase de projecto, no respeitante às possíveis correcções do dentado e dimensionamento dos pinhões e correspondentes rodas, assim como dos veios respectivos.

6.2.7 Apresentação teórica sobre a técnica de Holografia Digital

Apresentação teórica formulada pelo investigador LOME especialista em técnicas ópticas, de forma a proporcionar a compreensão, ainda que numa abordagem genérica, dos princípios de funcionamento, equipamentos, assim como dos fenómenos presentes na utilização desta técnica [24]:

O dispositivo experimental utilizado baseia-se num sistema de interferometria holográfica, denominado ESPI (Electronic Speckle Pattern Interferometry) [25-26]. Neste dispositivo, duas frentes de onda coerentes são combinadas para obter registos holográficos com gravação simultânea de amplitude e fase. Combinando dois destes registos, obtidos com o objecto em diferentes situações de carga, obtém-se padrões de interferência que se encontram relacionados com o comportamento dos objectos.

Com a montagem de ESPI são medidos os deslocamentos da superfície segundo a direcção do vector sensibilidade, bissectriz do ângulo entre as direcções de iluminação e observação. Dependendo da configuração óptica do sistema de ESPI este pode ser sensível a deslocamentos fora do plano ou a deslocamentos no plano, a montagem implementada é sensível a deslocamentos fora do plano.

O sistema de ESPI utilizado consiste num interferómetro de Michelson, onde um feixe de luz coerente proveniente de um laser é dividido em dois por um divisor de feixe sendo parte da luz utilizada para iluminar o objecto e a restante encaminhada directamente para o sistema de detecção, neste caso através de uma fibra óptica. São gerados assim os dois braços do interferómetro, correspondentes ao feixe referência e feixe objecto. A luz difundida pela superfície do objecto é captada pelo sistema óptico de formação de imagem e combinada com o feixe de referência. As imagens assim obtidas, captadas por uma câmara CCD, são armazenadas num sistema de processamento de imagem, são o resultado da sobreposição de ambos os feixes e

possuem informação sobre a fase e amplitude da luz difundida pela superfície dos objectos. Se for gravada uma imagem da superfície na memória de um computador e subtraída em tempo real a imagem obtida após solicitação do objecto, obtém-se um padrão de interferência que apresenta modificações correspondentes às alterações da superfície do objecto. Neste padrão as franjas correspondem a pontos do objecto que sofreram igual deslocamento com uma resolução da ordem de metade do comprimento de onda da luz utilizada [24].

Para a implementação do cálculo de fase é introduzido um modulador de fase num dos braços do interferómetro. Este dispositivo consiste num espelho montado num transdutor piezoeléctrico (PZT) o qual permite variar a fase da luz. Utilizando transdutores piezoeléctricos controlados pelo computador é possível impor fases conhecidas e gravar três ou mais imagens da mesma deformada. Com este conjunto de imagens é possível calcular distribuição de fase dos interferogramas utilizando algoritmos de processamento de imagem, a menos de valores constantes, corresponde à distribuição de deslocamentos [27].

6.2.8 Descrição dos equipamentos específicos para o ensaio com técnica de Holografia Digital

Um dos pré-requisitos determinante para o sucesso na realização dos ensaios com esta técnica, consiste na utilização dos equipamentos e meio envolvente mais adequados à análise particular, atendendo às características do objecto a estudar, principalmente no respeitante à sua geometria, tamanho e possibilidade de manuseamento. São apresentados a seguir os equipamentos utilizados nos ensaios realizados, atendendo às suas características principais:

Laser (figura 6.20):

Tipo “verdi - Coherent” de 2W e 532 [nm]



Figura 6.20: Laser

Sistema de formação de imagem com lente bicncava (figura 6.21):

Sistema responsável por garantir a focagem, tendo em conta as distancias e áreas a analisar nos casos concretos.

Espelho montado num transdutor piezoeléctrico (PZT) (figura 6.21):

Orienta o feixe para o objecto a estudar, e em conjunto com o PZT permite a implementação da técnica de “phase shifting” que possibilita calcular a distribuição de fase dos padrões de interferência, conforme descrito na apresentação teórica anterior.

Nota: A técnica de “phase shifting” não é descrita no presente trabalho, dado estar fora do

âmbito directo dos objectivos pretendidos para o presente trabalho.

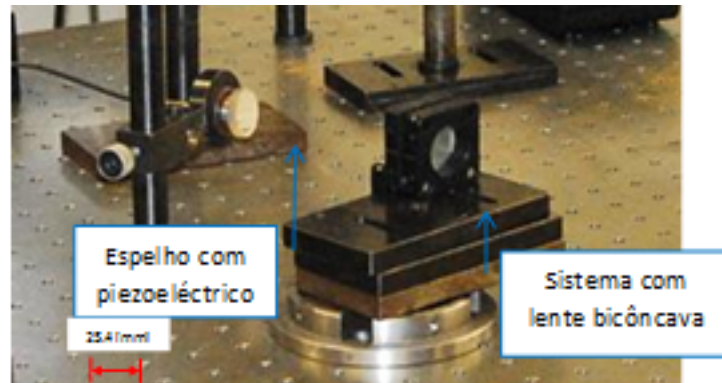


Figura 6.21: Lente bicôncava e Espelho com piezoeléctrico

Divisor de feixe, com variação contínua na relação de intensidade entre transmissão e reflexão (figura 6.22):

Equipamento responsável pela divisão do feixe de origem, pelo feixe de referência e pelo feixe objecto, sendo estes reorientados posteriormente para a câmara CCD e espelho com piezoeléctrico, respectivamente. Estes equipamentos possibilitam a aplicação de várias relações de divisão, tendo o utilizado, 60 por 40 [%].

Acoplador do feixe para fibra óptica monomodo (figura 6.22):

Este equipamento permite a perfeita orientação do feixe vindo do divisor de feixe, na fibra óptica.

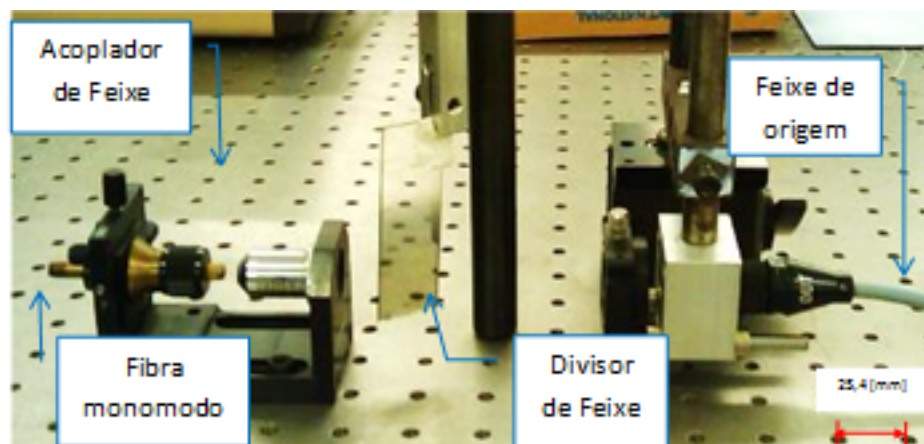


Figura 6.22: Acoplador e Divisor de Feixe

Fibra óptica monomodo (figura 6.23):

Tem a função de suportar e permitir a orientação o feixe de referência desde o divisor de feixe até a câmara CCD, permitindo uma excelente maneabilidade e fácil adequação às alterações de posicionamento dos vários equipamentos.

Íris variável (figura 6.23):

Equipamento responsável por limitar a intensidade da luminosidade à entrada da câmara, favorecendo a obtenção da melhor imagem da focagem.

Câmara de vídeo CCD (figura 6.23):

Faz a aquisição das imagens, provenientes do fenómeno da luz difundida pela superfície do objecto a analisar e do feixe de referência.

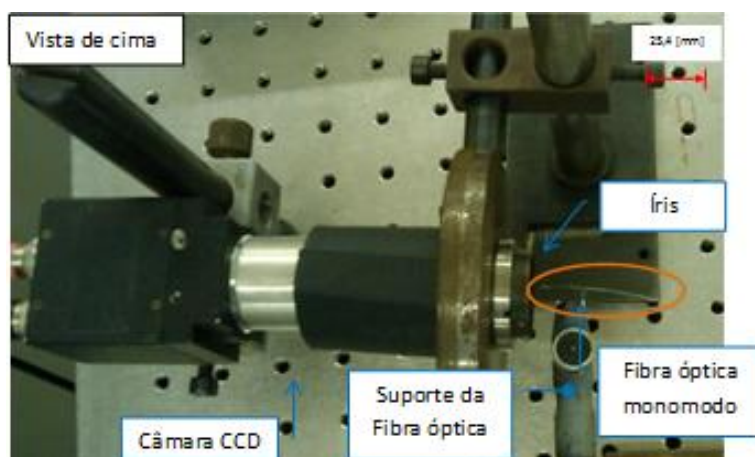


Figura 6.23: Câmara de vídeo CCD, Íris e Fibra óptica monomodo

Computador (510 x 492 pixels):

Não é exigido ter capacidade de processamento, softwares ou hardwares, especiais. Permite a gravação das imagens, forma que seja obtido o padrão de interferência que apresenta as modificações correspondentes aos deslocamentos da superfície.

Mesa óptica (figura 6.25):

Responsável por garantir o isolamento das vibrações externas, traduz o plano horizontal de referência das montagens realizadas e permite a perfeita fixação dos equipamentos necessários à realização dos vários ensaios.

6.2.9 Esquema e montagem dos equipamentos para aplicação da técnica de Holografia Digital

6.2.9.1 Esquema da montagem dos equipamentos para aplicação da técnica de holografia

Com o objectivo de serem conseguidos os melhores resultados com a aplicação desta técnica, foi necessário proceder à perfeita montagem dos vários equipamentos descritos na alínea anterior, de forma precisa e adequadamente ao espaço, tendo em conta a geometria e dimensões das várias engrenagens, assim como as zonas a analisar das mesmas.

Na figura 6.24 é apresentado o esquema da montagem conjunta destes equipamentos, sendo possível aí verificar a sua distribuição e localização relativa entre si, em funcionamento, assim como os sentidos dos “fluxos” dos feixes de laser e da focagem das respectivas imagens.

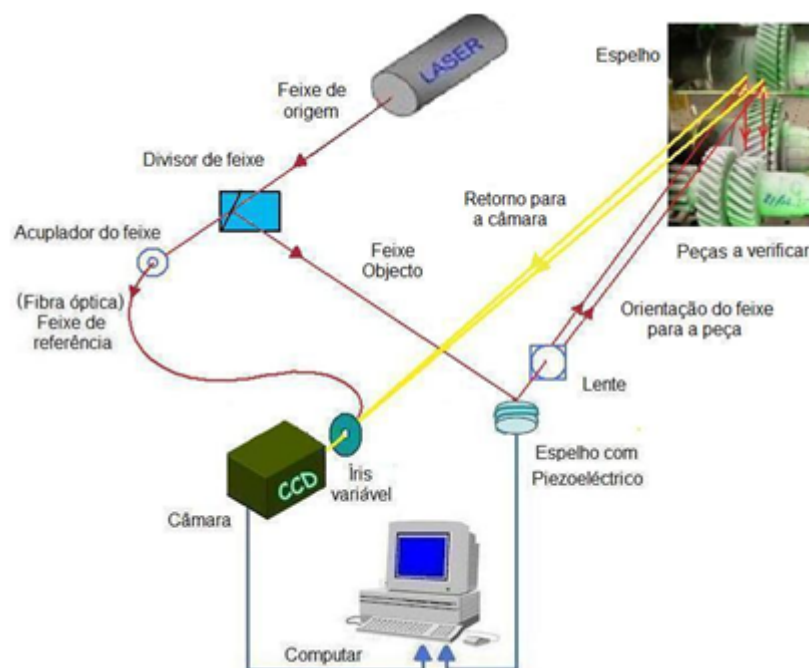


Figura 6.24: Esquema representativo da montagem dos equipamentos para os ensaios de holografia

6.2.9.2 Montagem dos equipamentos para aplicação da técnica de holografia

Na figura 6.25 é apresentada a montagem completa dos vários equipamentos na mesa óptica, de acordo com o esquema apresentado.

É também necessário o acesso à imagem do ecrã, numa zona próxima da montagem dos equipamentos, para acerto da orientação dos feixes de laser e regulações necessárias dos equipamentos da montagem. Do perfeito ajuste e calibração de todos os equipamentos da montagem, depende o sucesso das análises.

Na figura 6.26 é apresentada a disposição completa dos equipamentos, com a apresentação

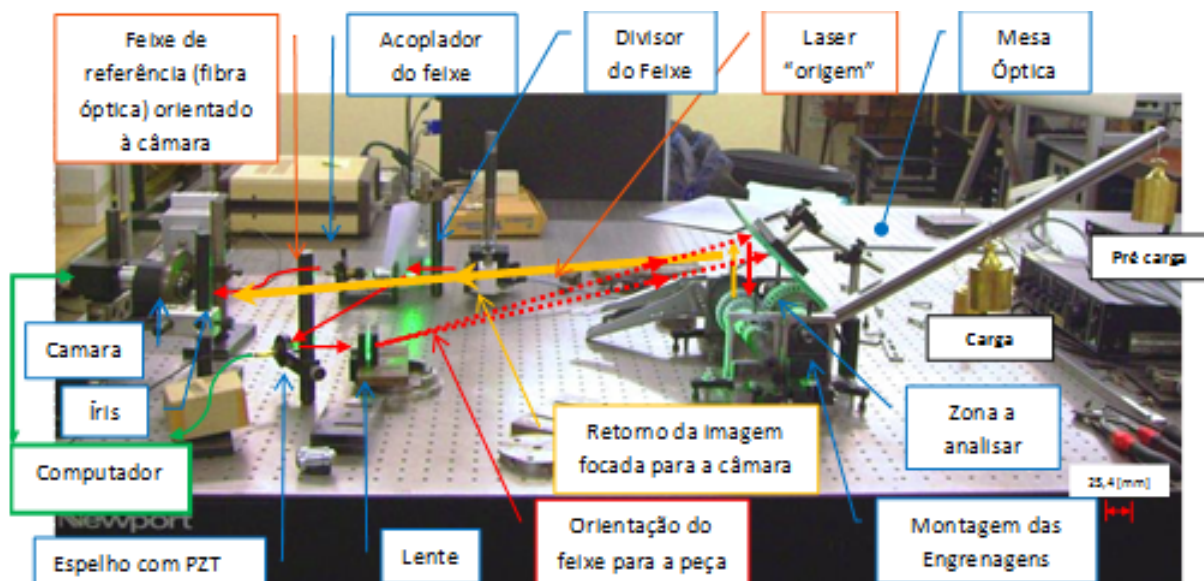


Figura 6.25: Montagem dos equipamentos para o ensaio de holografia

da imagem focada.

Descrição da sequência de montagem e regulação dos equipamentos:

- Garantir o feixe do laser de origem disponível e orientá-lo directamente ao divisor de feixe, que por sua vez o reorienta para o acoplador do feixe de referência e para o elemento piezoeléctrico, independentemente.
- Orientar o feixe vindo agora do elemento piezoeléctrico à zona da superfície da peça a analisar, através da lente intermédia e regulando o espelho colocado obliquamente, de forma a ser assim conseguido o perfeito ajuste da imagem pela câmara de vídeo.
- Regular o feixe de referência, orientando conjuntamente a extremidade da fibra óptica e a câmara de filmar, ficando a Íris numa posição intermédia, em simultâneo também com o ajuste da imagem da zona a analisar.
- Colocar a pré-carga no braço da montagem ficando o sistema em “tensão”, eliminando assim deslocamentos indesejáveis na posterior colocação da carga definitiva e evitando desta forma a perturbação da análise dos deslocamentos efectivamente ocorridos na superfície a analisar.
- Colocar a carga no braço da montagem, ficando então as engrenagens a analisar com o momento máximo aplicado e assim finalizada a montagem dos equipamentos para aplicação desta técnica. Nesta fase pode ser iniciada a aquisição das imagens para a obtenção dos pretendidos “mapas de fase dos deslocamentos”, através do cálculo feito pelo computador.

6.2.9.3 Zona das engrenagens a analisar

É apresentada na figura 6.27, a zona a analisar de uma das engrenagens utilizadas neste ensaio, à qual foram orientados os feixes de laser por intermédio do espelho colocado obli-

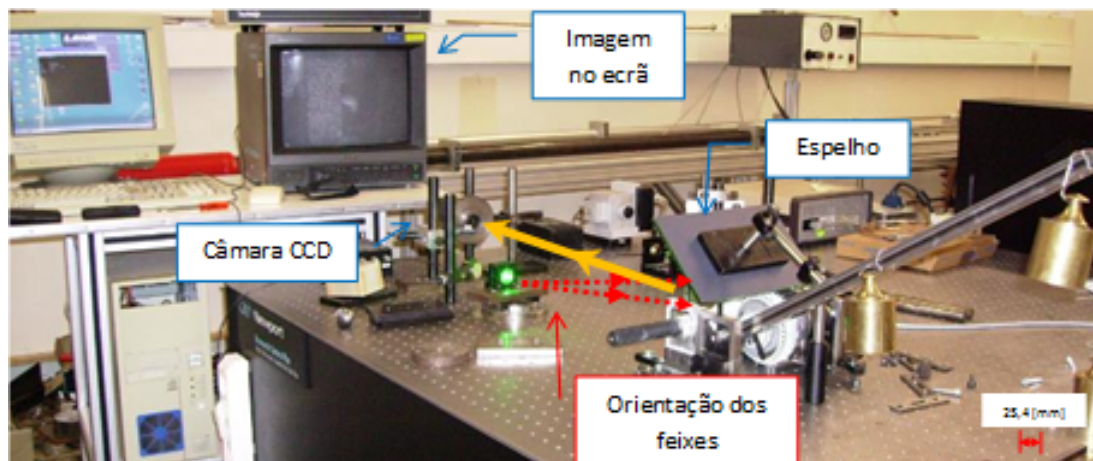


Figura 6.26: Montagem dos equipamentos com visualização da imagem da zona analisada

quamente num plano superior. A análise dos deslocamentos é feita em relação a um plano horizontal, traduzindo a superfície superior da mesa óptica. A tonalidade de aspecto baço das superfícies das engrenagens deve-se a um revestimento aplicado, necessário para a boa visualização e tratamento das imagens pretendidas a obter, tanto durante o ensaio assim como posteriormente no tratamento digital das mesmas.

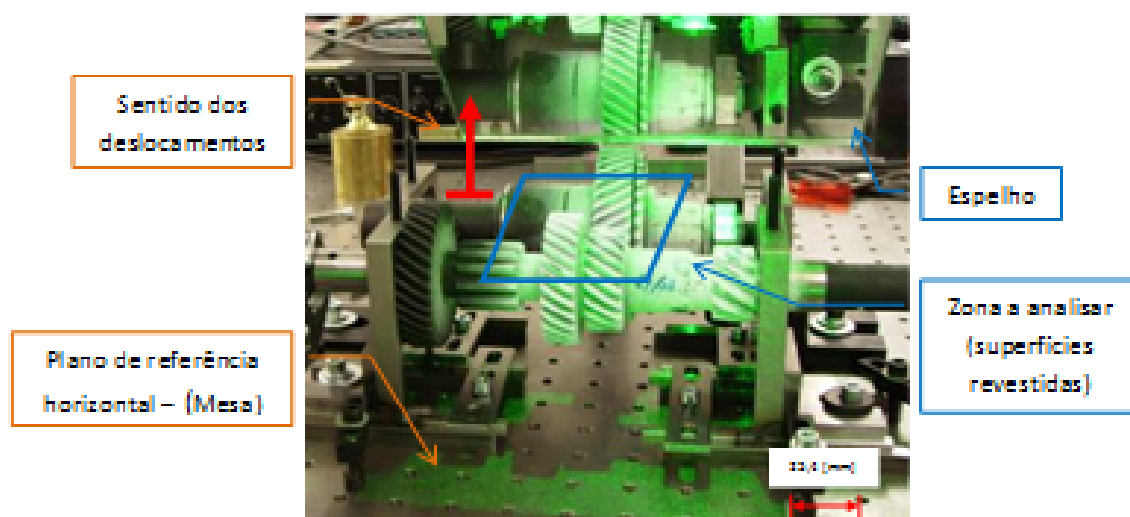


Figura 6.27: Zona a analisar no ensaio de holografia

6.2.10 Resultados dos ensaios realizados com aplicação da técnica de Holografia Digital

Com a aplicação da técnica de holografia digital, foram realizados ensaios com os conjuntos pinhão e roda de primeira, segunda e terceira velocidades, assim como com a própria montagem, de forma a ser avaliada a sua estabilidade, durante os mesmos.

Após a realização de cada ensaio foi feito o registo digital das respectivas imagens conseguidas, sendo estas posteriormente analisadas e organizadas de acordo com os pré-requisitos necessários para a sua disponibilização gráfica e quantificação numérica final dos deslocamentos obtidos. Estas imagens permitem analisar a localização dos deslocamentos relativamente à peça e zona focada, assim como o registo dos valores obtidos para comparação posterior. De referir que nos resultados apresentados não foi considerada a deformação dos dentes engrenados, em função do tipo de deformação apresentada graficamente, evidenciando por si só um valor muito baixo comparativamente ao obtido nos veios e assim não representativos nestas análises.

Designações das quatro imagens obtidas e apresentadas em cada ensaio apresentado [24]:

Zona de medição:

Representa a imagem directa da zona de medição, através da focalização feita através do feixe de laser, conforme apresentado na anteriormente

Mapa de fase dos deslocamentos obtidos:

Representa os deslocamentos ocorridos em toda a zona focada para análise, sob a forma de “franjas”, que permitem então quantificar estes deslocamentos.

Representação 3D do mapa de fase desembrilhado:

Representa sob a forma 3D, a quantificação dos deslocamentos medidos, em função do mapa de fase.

Imagem da sobreposição do mapa de deslocamentos na imagem inicial:

Permite visualizar de uma forma prática, a gama dos deslocamentos, relativamente à localização física da imagem de base focada.

6.2.10.1 Resultados dos ensaios com engrenagem de primeira velocidade e momento aplicado no veio de suporte da roda

Nesta alínea, são apresentados os resultados dos ensaios realizados com a engrenagem do pinhão e roda de primeira velocidade, cuja roda utilizada tem pela sua construção desvios de paralelismo do ângulo da hélice e erros de divisão. Com o objectivo de serem verificadas eventuais diferenças dos deslocamentos obtidos relativamente a esta situação, são realizadas duas montagens, tomando esta roda duas posições opostas entre si, com uma rotação aproximada de 180°.

Serão apresentados ainda dois outros ensaios com esta engrenagem, sendo um com a aplicação do momento na árvore dos pinhões e outro com o entre-eixo aumentado em 1mm, relativamente aos valores nominais conhecidos.

6.2.10.1.1 Resultados com montagem da roda engrenada na posição inicial

Na figura 6.28 é apresentada a montagem realizada com a roda na sua posição inicial de referência e momento aplicado no seu veio de suporte.

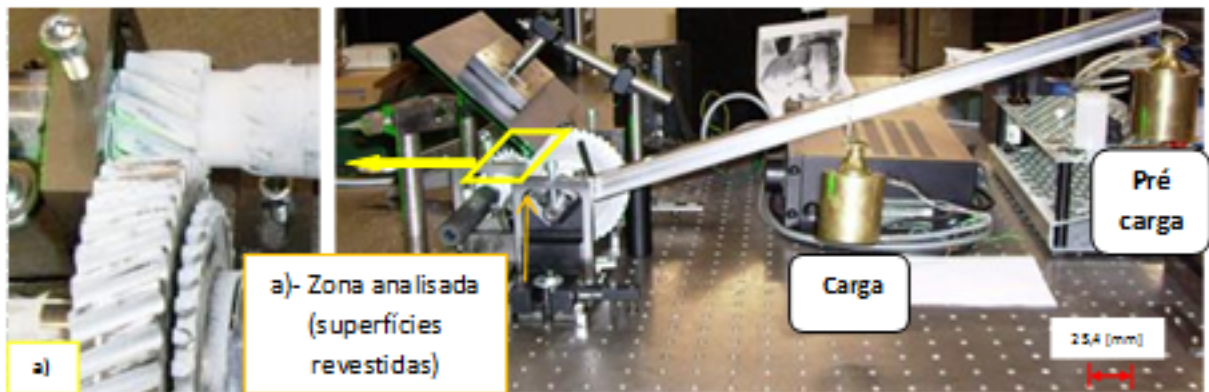


Figura 6.28: Montagem com pinhão e roda de 1ª velocidade e braço no veio de suporte das rodas

Nas figuras 6.29 e 6.30 são apresentadas as imagens digitais da zona indicada na figura 6.28, sendo indicada a localização dos deslocamentos e respectivos valores ocorridos na zona focada entre o pinhão e roda, no plano horizontal¹⁶. Na leitura destes resultados verifica-se haver um deslocamento máximo de $1,72 \times 10^{-3} \text{ mm}$, no plano horizontal e sentido de baixo para cima, sendo a zona onde é atingido o maior valor a indicada nas figuras referidas anteriormente (Zona A), abrangendo maioritariamente a posição do pinhão.

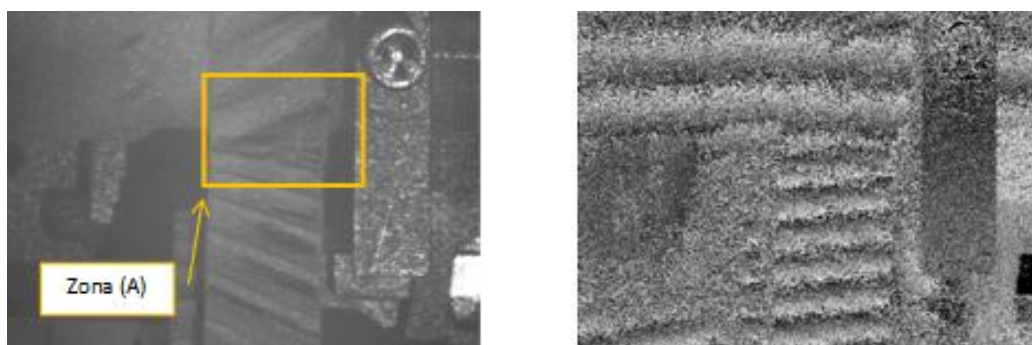


Figura 6.29: Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 1ª velocidade (a-A)

¹⁶Momento calculado na alínea 6.2.5.2.

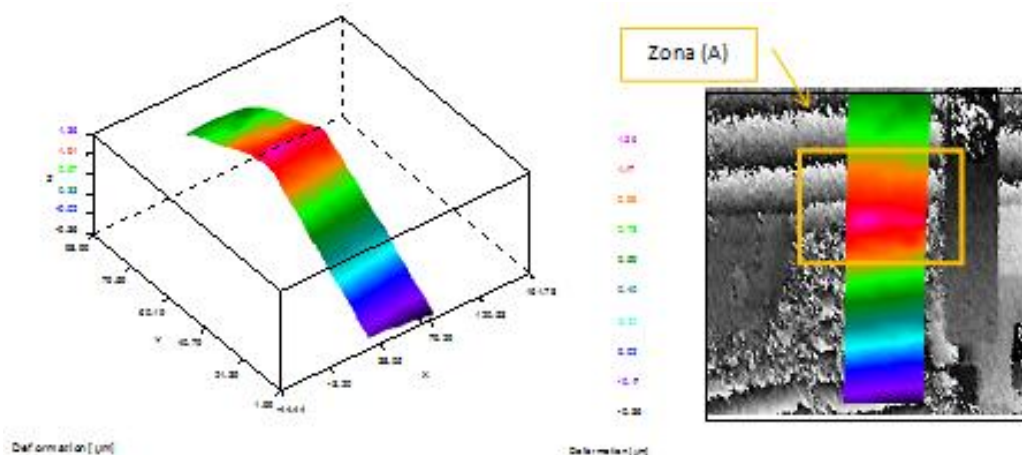


Figura 6.30: 3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 1ª velocidade (a-A)

6.2.10.1.2 Resultados com roda engrenada numa posição rodada .

Na montagem apresentada na figura 6.28, foi agora alterada a posição da roda, para uma posição rodada em aproximadamente 180° relativamente à inicial de referência.

Nas figuras 6.31 e 6.32, são apresentadas as imagens digitais obtidas com esta nova posição da roda¹⁷. Na leitura destes resultados, verifica-se haver agora um deslocamento de $1,44 \times 10^{-3} \text{ mm}$, no sentido de baixo para cima e no plano horizontal. Este deslocamento tem assim um valor muito próximo do obtido na alínea anterior, ocorrendo contudo, mais próximo do eixo da árvore dos pinhões, conforme representado nas figuras referidas anteriormente (Zona B).

Embora as diferenças dos desvios possam indicar a influência dos erros da divisão acumulados desta roda, não é possível indicar claramente essa relação, dado serem valores muito reduzidos requerendo a confirmação com valores mais consideráveis, próximos dos reais.

¹⁷Imagens obtidas pelo mesmo método indicado na alínea 6.2.10.1.1.

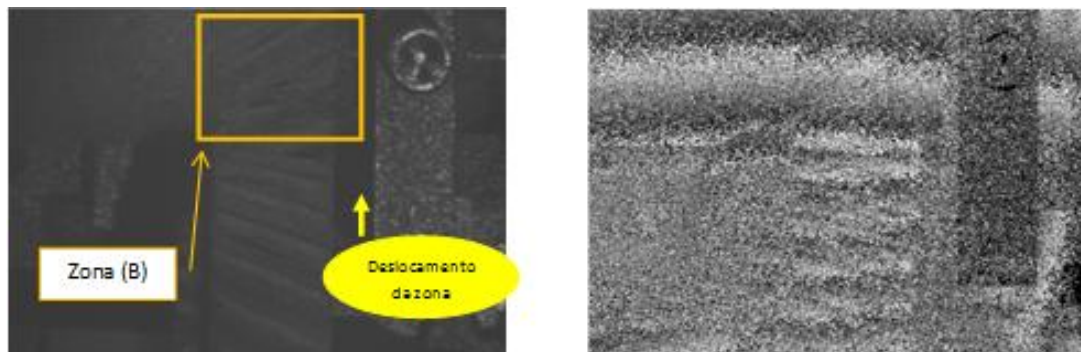


Figura 6.31: Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 1ª velocidade (a-B)

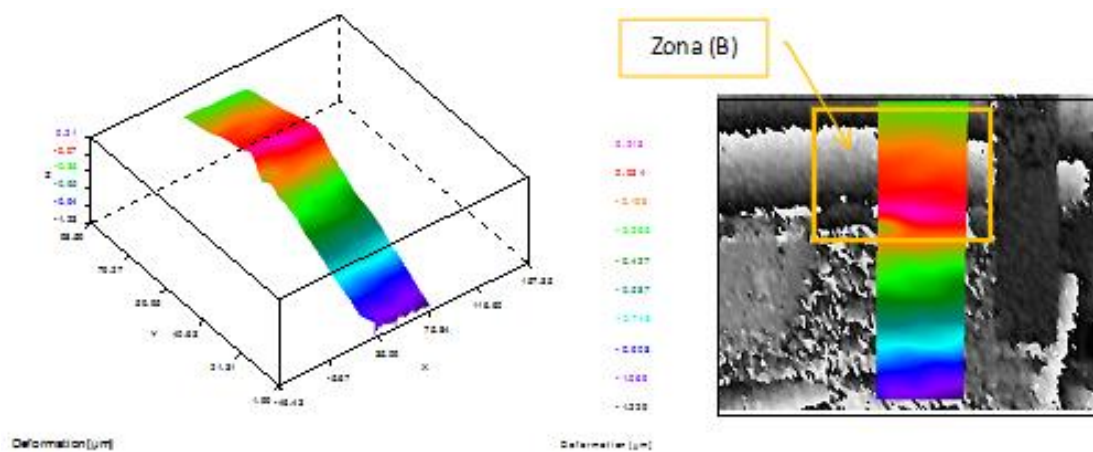


Figura 6.32: 3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 1ª velocidade (a-B)

6.2.10.1.3 Resultados com roda engrenada numa posição rodada e momento aplicado na árvore dos pinhões

Nesta montagem, apresentada na figura 6.33, a roda manteve a mesma posição tomada na alínea anterior, sendo alterada apenas a aplicação do momento, exercido agora para a árvore dos pinhões, com igual valor.

As forças resultantes entre os dentes, apresentam agora valores superiores às exercidas nas montagens apresentadas nas duas alíneas anteriores, em função do menor o diâmetro primitivo de funcionamento¹⁸.

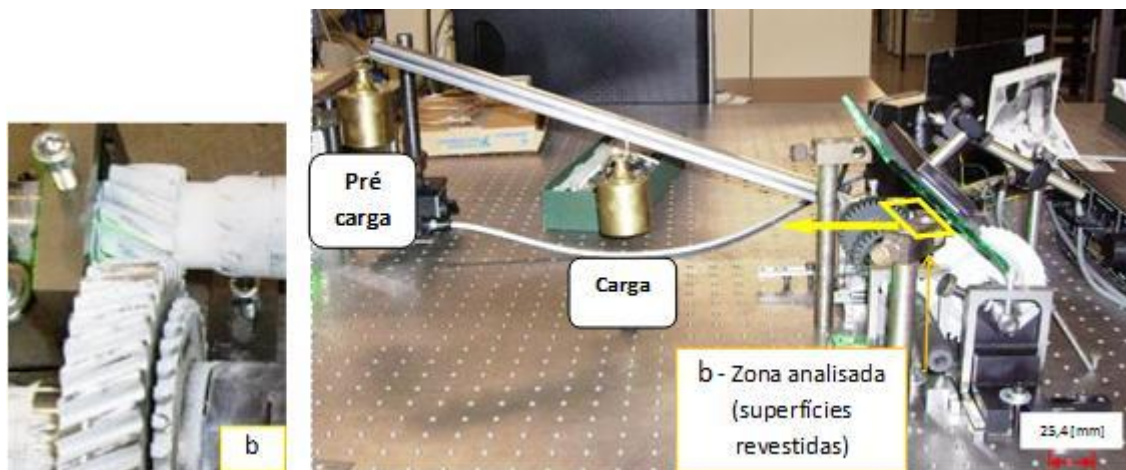


Figura 6.33: Montagem com engrenagem de 1ª velocidade e braço aplicado na árvore dos pinhões

Nas figuras 6.34 e 6.35, são apresentadas as imagens digitais da zona indicada na figura 6.33¹⁹.

Verifica-se haver agora um deslocamento máximo de $2,33 \times 10^{-3} \text{ mm}$, no sentido de baixo para cima, localizando-se na zona indicada nas figuras referidas anteriormente “Zona C”, portanto abrangendo a área ocupada pela roda. Este valor atingido, superior relativamente ao ensaio apresentado anteriormente é coerente, em função do aumento da intensidade das forças que actuam nos dentes.

6.2.10.1.4 Resultados com roda engrenada numa posição rodada, momento aplicado na árvore dos pinhões e entre-eixo diferente

Com base na montagem apresentada na figura 6.33, foi agora apenas alterado o entre-eixo entre a roda e pinhão em 1 mm , com o objectivo de serem verificadas as diferenças ocorridas relativamente aos deslocamentos.

¹⁸Consultar a alínea 6.2.5.3.

¹⁹Imagens obtidas pelo mesmo método indicado na alínea 6.2.10.1.1.

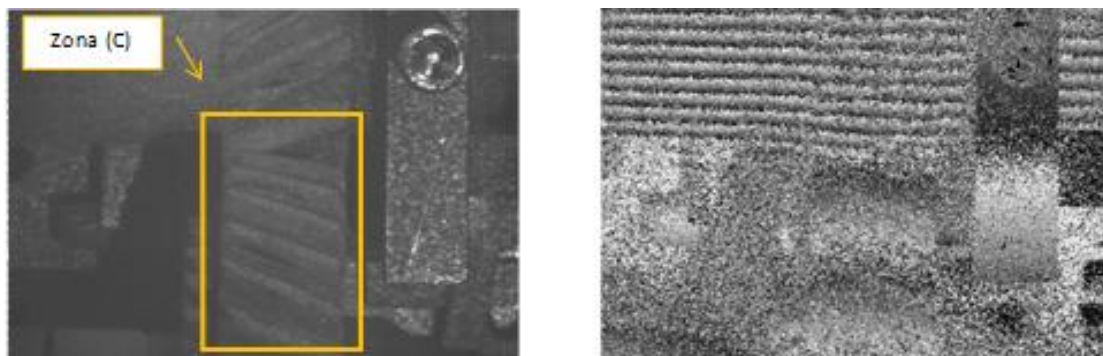


Figura 6.34: Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 1ª velocidade (b-C)

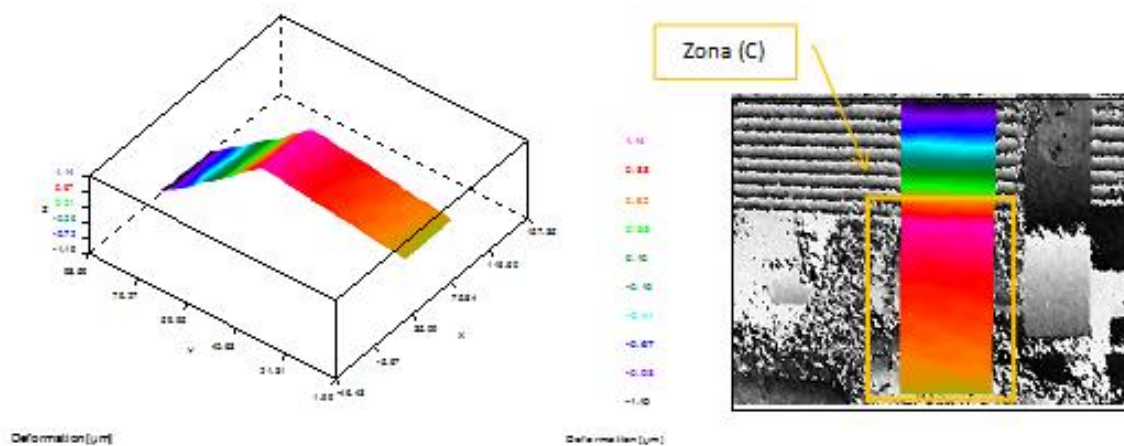


Figura 6.35: 3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 1ª velocidade (b-C)

Nas figuras 6.36 e 6.37 são apresentadas as imagens digitais da zona indicada na figura 6.33²⁰, verificando-se haver agora um deslocamento de $3,03 \times 10^{-3} \text{ mm}$, no sentido de baixo para cima, sendo este agora superior aos obtidos nos ensaios anteriores.

Este deslocamento localiza-se também na zona indicada nas figuras referidas anteriormente “Zona D”, abrangendo a área ocupada pela roda.

Este valor é também coerente atendendo à mudança da zona de contacto nos dentes, proporcionando agora um diferente ângulo de pressão de funcionamento.

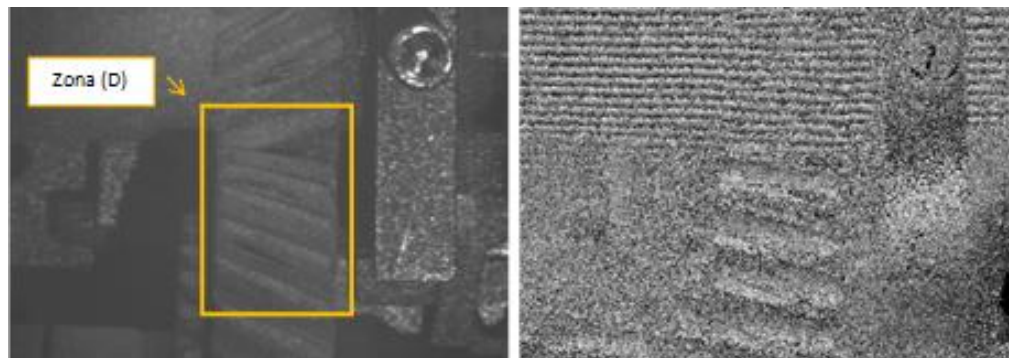


Figura 6.36: Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 1ª velocidade (b-D)

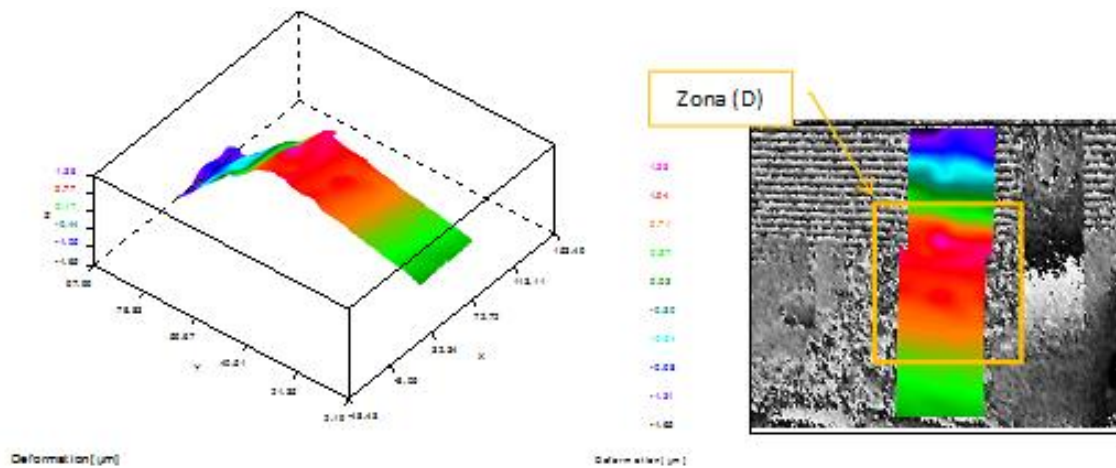


Figura 6.37: 3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 1ª velocidade (b-D)

²⁰Imagens obtidas pelo mesmo método indicado na alínea 6.2.10.1.1.

6.2.10.2 Resultados dos ensaios com aplicação da técnica de holografia - engrenagem de segunda velocidade

Na análise da engrenagem do pinhão e roda de 2ª velocidade, foram realizadas também duas montagens engrenando o respectivo conjunto duas vezes e tomando a roda a posição oposta entre si, com uma rotação aproximada de 180°.

Esta roda tem também desvios de paralelismo do ângulo da hélice e erro de divisão, sendo pretendido avaliar também a existência de eventuais diferenças dos deslocamentos ocorridos, tanto na localização dos mesmos assim como dos respectivos valores obtidos.

O momento foi agora aplicado no veio de suporte das rodas, sendo invertida a posição da pré-carga e carga no braço, conforme apresentado na figura 6.38²¹. Esta alteração aumentou o valor do momento resultante, exercido com a carga, implicando contudo uma menor estabilidade da montagem nessa etapa, pelo menor valor da pré-carga.

6.2.10.2.1 Resultados com montagem da roda engrenada na posição inicial

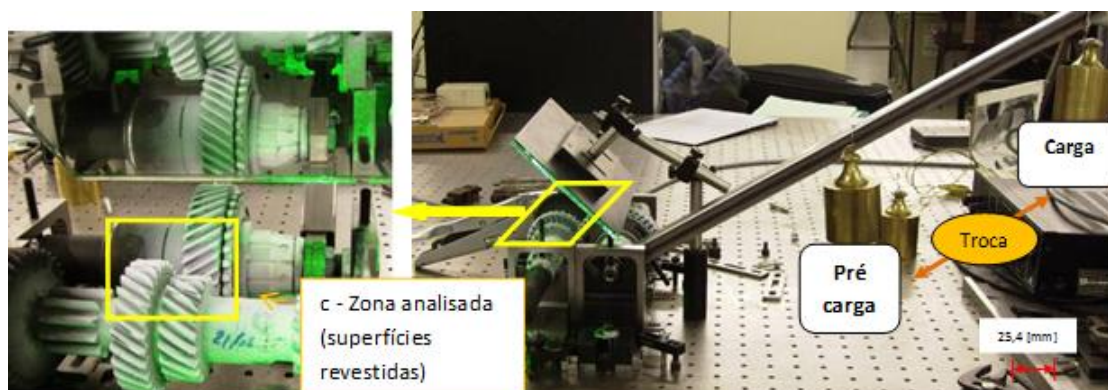


Figura 6.38: Montagem com engrenagem de 2ª velocidade e zona a analisar

Nas figuras 6.39 e 6.40 são apresentadas as imagens digitais da zona indicada na figura 6.38²².

Estes resultados apresentam um deslocamento de $1,92 \times 10^{-3} \text{ mm}$, no sentido de baixo para cima e no plano horizontal. A zona onde é atingido este valor indicada nas figuras referidas anteriormente (Zona E), corresponde à área próxima do contacto entre pinhão e roda desta engrenagem, traduzindo a flexão atingida pela árvore dos pinhões.

6.2.10.2.2 Resultados com roda engrenada numa posição rodada

Na montagem apresentada na figura 6.38, foi apenas mudada a posição da roda, agora engrenada numa posição rodada em aproximadamente 180° relativamente à sua posição aí

²¹Consultar a alínea 6.2.5.4, sobre cálculo do momento e forças resultantes.

²²Imagens obtidas pelo mesmo mtodo indicado na alnea 6.2.10.1.1.

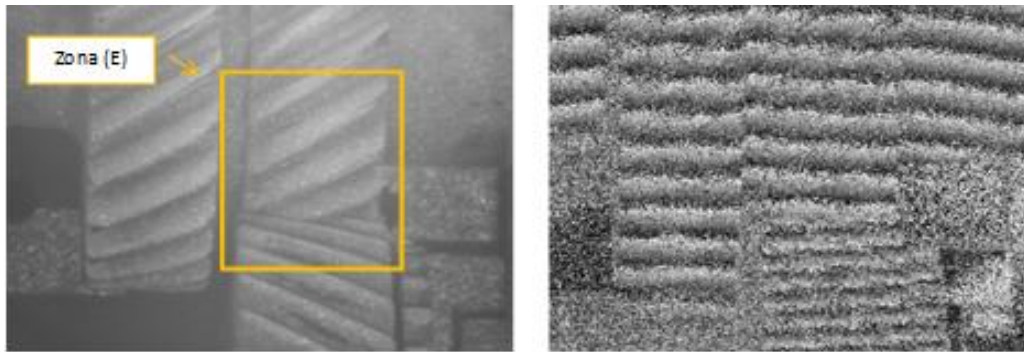


Figura 6.39: Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 2ª velocidade (c-E)

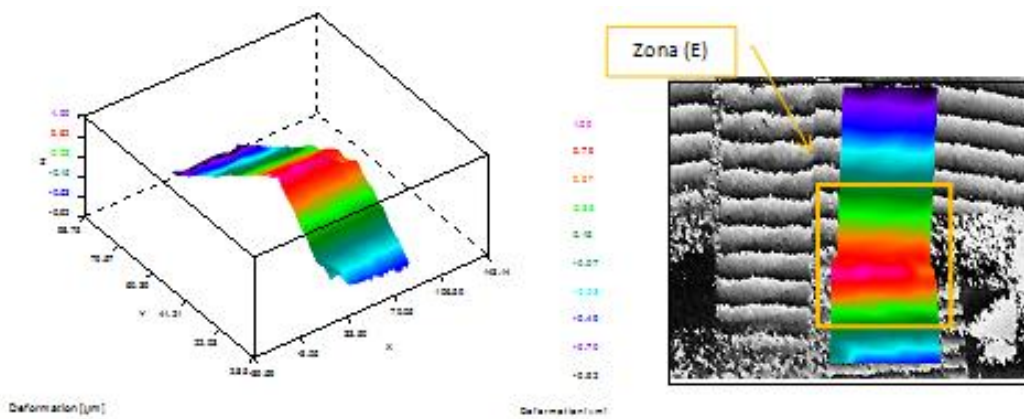


Figura 6.40: 3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 2ª velocidade (c-E)

adoptada.

Nas figuras 6.41 e 6.42 são apresentadas as imagens digitais da zona indicada na figura 6.38²³.

Na leitura destes resultados verifica-se haver um deslocamento de $1,82 \times 10^{-3} \text{ mm}$, no sentido de baixo para cima. Neste caso, embora não haja diferenças relevantes na localização deste deslocamento máximo comparativamente à alínea anterior, ocorre ligeiramente mais próximo do eixo da árvore dos pinhões, conforme representado nas figuras referidas anteriormente (Zona F), podendo representar a flexão da árvore dos pinhões nesta zona de engrenamento.

Comparativamente ao indicado na alínea 6.2.10.1.2, embora as diferenças dos desvios possam indicar a influência dos erros da divisão acumulados desta roda, não é possível indicar claramente essa relação, dado serem valores muito reduzidos requerendo a confirmação com valores mais consideráveis, próximos dos reais.

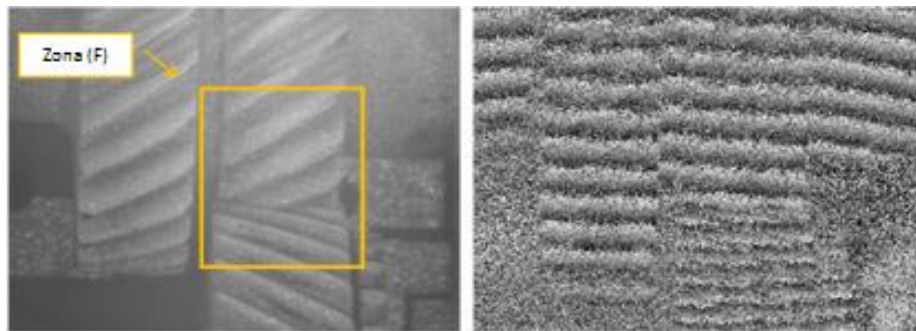


Figura 6.41: Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 2ª velocidade (c-F)

6.2.10.3 Resultados dos ensaios com aplicação da técnica de holografia - engrenagem de terceira velocidade

Para a análise da engrenagem do pinhão e roda de 3ª velocidade foram realizadas três montagens, sendo em duas destas aplicado o momento no veio de suporte da roda e esta tendo tomado duas posições diferentes, com uma rotação aproximada de 180° entre si, conforme imagens apresentadas na figura 6.43²⁴.

O objectivo destas montagens foi assim idêntico ao pretendido com as engrenagens de primeira e segunda velocidade, tendo esta roda também erros da divisão²⁵.

Na terceira montagem foi aplicado o momento da árvore dos pinhões, sendo provocado um desalinhamento axial entre si, relativamente à posição de montagem indicada pelo fabricante, com o objectivo de serem observadas as diferenças das deformações.

Nestas três montagens foi de novo invertida a posição entre a carga e pré-carga, relativamente à apresentada na alínea 6.2.10.1.

²³Imagens obtidas pelo mesmo método indicado na alínea 6.2.10.1.1.

²⁴Consultar a alínea 6.2.5.5, sobre cálculo do momento e forças resultantes.

²⁵Consultar as alíneas 6.2.10.1 e 6.2.10.2.

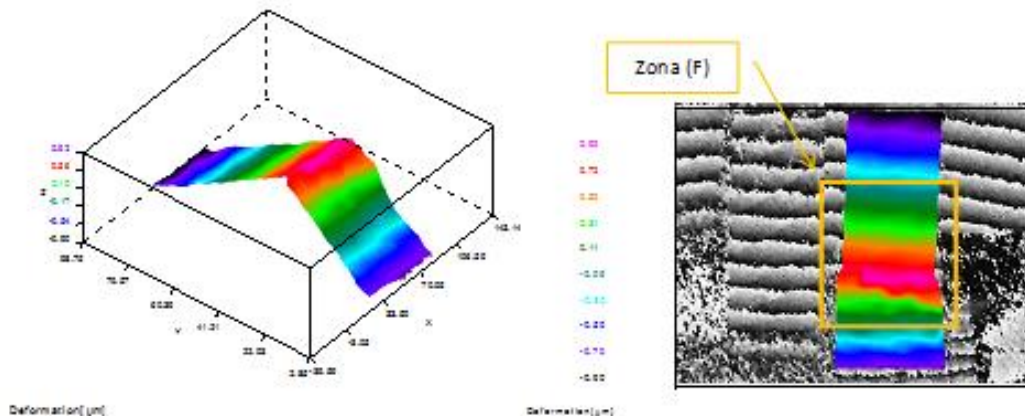


Figura 6.42: 3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 2ª velocidade (c-F)

6.2.10.3.1 Resultados com roda engrenada na posição de referência inicial .

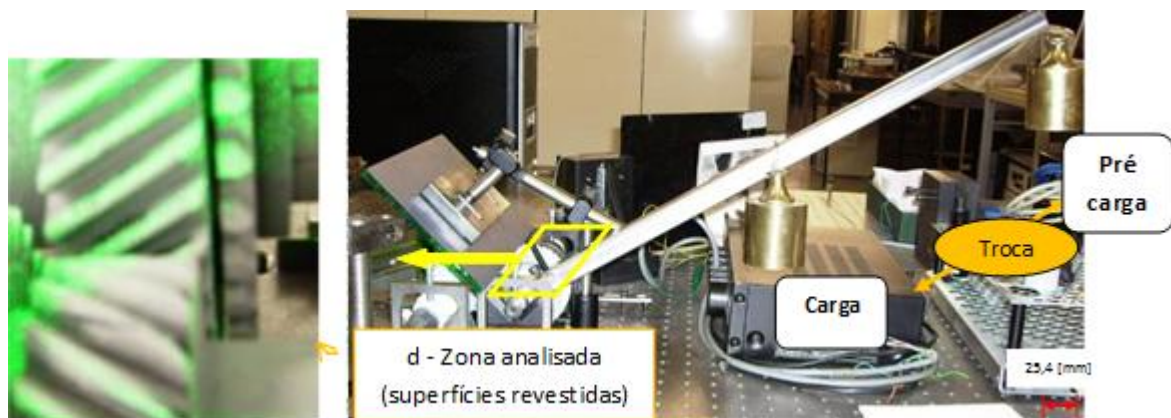


Figura 6.43: Montagem com engrenagem de 3ª velocidade e zona a analisar na posição de referência inicial

Nas figuras 6.44 e 6.45 são apresentadas as imagens digitais da zona indicada na figura 6.43²⁶.

Na análise destes resultados, verifica-se haver um deslocamento de $1,24 \times 10^{-3} \text{ mm}$, no sentido de baixo para cima, sendo a zona onde é atingido o maior valor, indicada nas figuras referidas anteriormente (Zona G) e estando esta localizada na área abrangida pelo pinhão.

6.2.10.3.2 Resultados com roda engrenada numa posição rodada .

²⁶Imagens obtidas pelo mesmo método indicado na alínea 6.2.10.1.1.

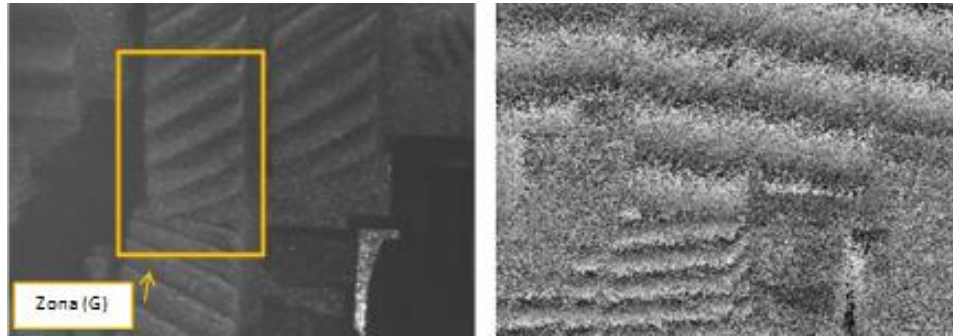


Figura 6.44: Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 3^a velocidade (d-G)

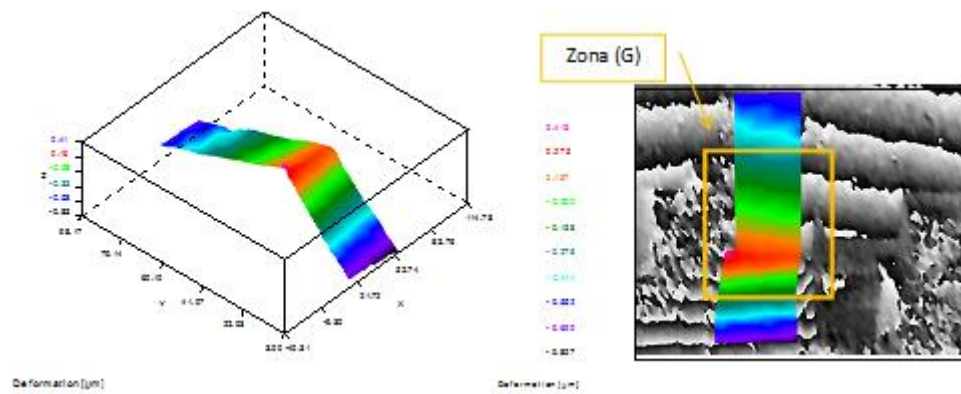


Figura 6.45: 3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 3^a velocidade (d-G)

Nas figuras 6.46 e 6.47 são apresentadas as imagens digitais da zona indicada na figura 6.43, com a alteração nesta, da posição da roda rodada em 180° relativamente à sua colocação inicial de referência. Na análise destes resultados verifica-se haver agora um deslocamento de $1,42 \times 10^{-3} \text{ mm}$, no sentido de baixo para cima, representando também a flexão da árvore dos pinhões nesta zona de engrenamento. Relativamente à localização destes deslocamentos, verifica-se neste caso haver uma pequena diferença em relação à apresentada com a roda na posição de referência, ocorrendo estes agora mais afastados do eixo da árvore dos pinhões.

Comparativamente aos resultados obtidos na alínea 6.2.10.3.1, não se verificam alterações significativas.

Em relação ao indicado na alínea 6.2.10.1.2, embora as diferenças dos desvios possam indicar a influência dos erros da divisão acumulados desta roda, não é possível indicar claramente essa relação, dado serem valores muito reduzidos requerendo a confirmação com valores mais consideráveis, próximos dos reais.

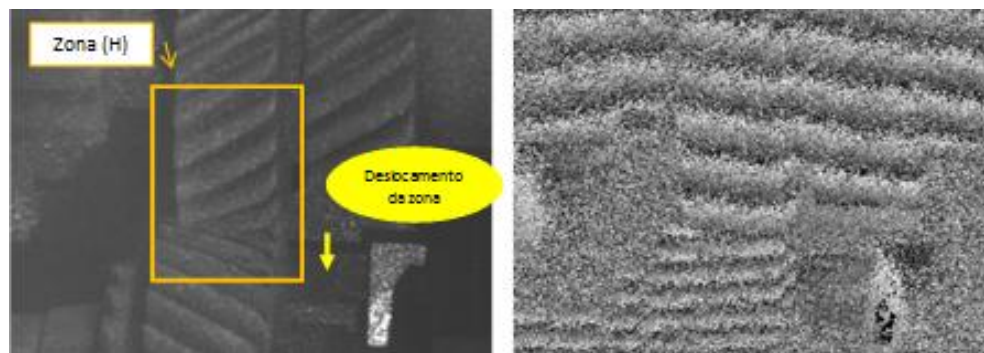


Figura 6.46: Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 3ª velocidade (d-H)

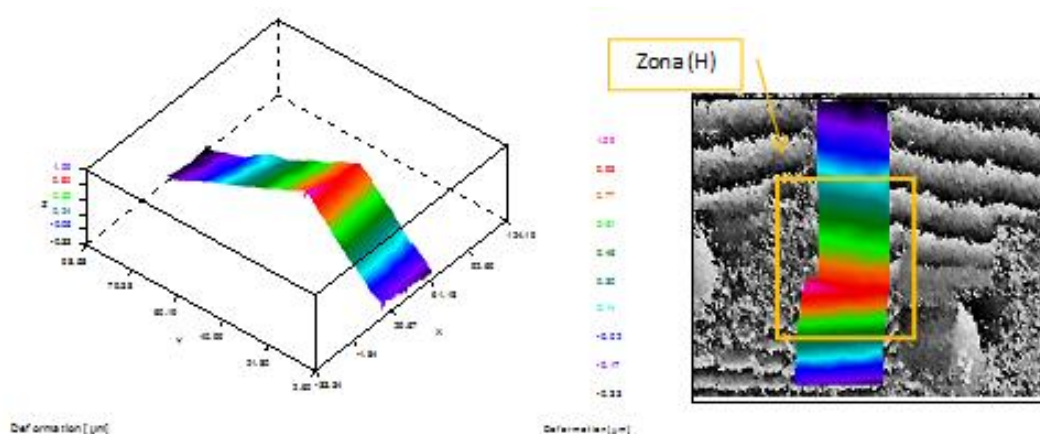


Figura 6.47: 3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 3ª velocidade (d-H)

6.2.10.3.3 Resultados com roda numa posição rodada, momento aplicado na árvore dos pinhões, com pinhão e roda descentrados axialmente .

Na figura 6.48, são apresentadas as imagens referentes à zona analisada com o mesmo conjunto analisado nas duas alíneas anteriores, agora descentrados axialmente entre si e momento aplicado agora na árvore dos pinhões. O momento tem agora maior intensidade, embora de pequeno valor, em função da menor inclinação do braço da montagem relativamente ao plano horizontal²⁷.

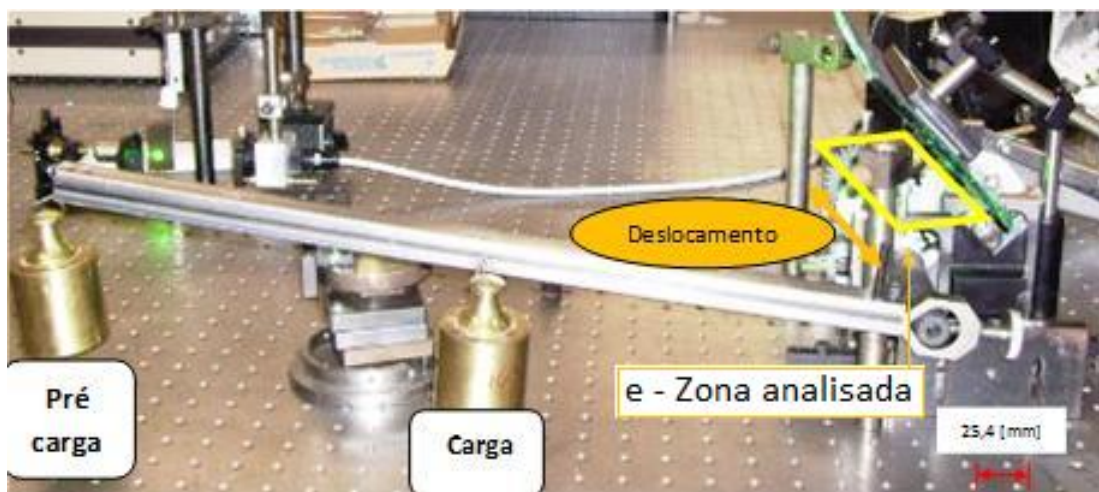


Figura 6.48: Montagem com a engrenagem de 3ª velocidade com pinhão e roda descentrados axialmente

Nas figuras 6.49 e 6.50 são apresentadas as imagens digitais da zona indicada na figura 6.48²⁸. Na análise destes resultados verifica-se haver um deslocamento máximo de $3,1 \times 10^{-3} \text{ mm}$, no sentido de baixo para cima, localizando-se este na zona indicada nas figuras referidas anteriormente (Zona I), sobre a área ocupada pela roda.

Este valor atingido, superior ao conseguido no ensaio anteriormente, é também coerente, tendo em conta o aumento da intensidade das forças que actuam agora entre os dentes desta engrenagem, em função do maior valor do momento aplicado à árvore dos pinhões.

Na análise relativa ao diferente posicionamento axial entre este conjunto pinhão e roda, não é verificada alteração significativa no tipo de deslocamento ocorrido, sendo este paralelo entre o pinhão e a roda não evidenciando deformação dos dentes. Este resultado revela assim que em função da elevada rigidez dos dentes, seria necessária a realização de um ensaio com aplicação de momentos de maior intensidade, de forma a ser possível a constatação de eventuais diferenças nos resultados.

²⁷Consultar a alínea 6.2.5.6, sobre cálculo do momento e forças resultantes.

²⁸Imagens obtidas pelo mesmo método indicado na alínea 6.2.10.1.1.

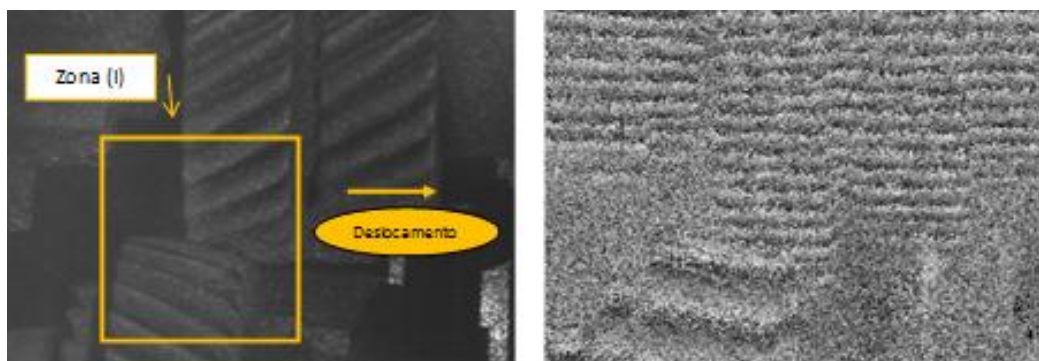


Figura 6.49: Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 3^a velocidade (e-I)

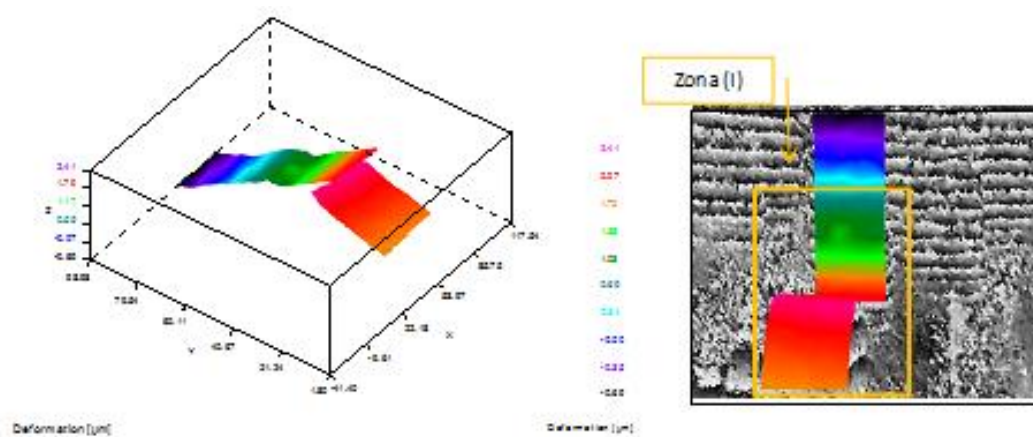


Figura 6.50: 3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - 3^a velocidade (e-I)

6.2.10.4 Resultados obtidos com verificação da montagem de suporte das engrenagens

Com o objectivo de ser avaliada a deformação da montagem concebida, foram analisados os deslocamentos aí ocorridos, tanto no plano horizontal como no vertical. No plano horizontal, estes deslocamentos foram analisados com base nas imagens digitais, do ensaio experimental realizado com a engrenagem de primeira velocidade,²⁹. Para a análise no plano vertical foi realizada uma montagem específica, utilizando o conjunto pinhão e roda de terceira velocidade, com o momento aplicado na árvore dos pinhões.

6.2.10.4.1 Resultados da análise dos deslocamentos no plano horizontal

Nas figuras 6.51 e 6.52 são apresentadas as imagens digitais da zona indicada na figura 6.28³⁰, constatando-se nestas imagens, que na zona abrangida pelo fixador da árvore dos pinhões (zona J), não há deslocamentos representativos, de forma a influenciarem o ensaio realizado.

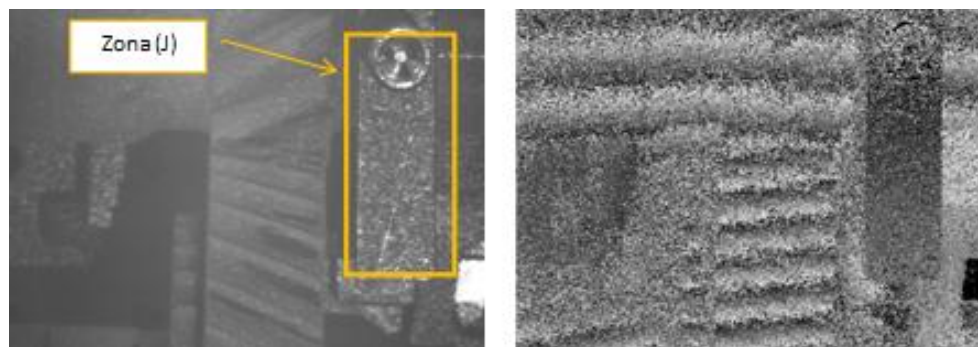


Figura 6.51: Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - 1ª velocidade (a-J)

6.2.10.4.2 Resultados da análise dos deslocamentos na zona frontal

Na figura 6.53, são apresentadas as imagens da montagem realizada para análise dos deslocamentos ocorridos nesta montagem, num plano vertical e direcção horizontal, por acção do momento aplicado na árvore dos pinhões. Relativamente à posição da carga e pré-carga no braço, foi também de novo adoptada a posição escolhida na alínea 6.2.5.4.

Nas figuras 6.54 e 6.55 são apresentadas as imagens digitais da zona indicada na figura 6.53³¹.

Pela análise dos resultados apresentados é possível então verificar não haver deslocamentos representativos também nesta zona frontal da montagem abrangida pelo fixador da árvore dos pinhões (zona L). Desta forma confirma-se a rigidez necessária montagem para proporcionar resultados fidedignos nos vários ensaios realizados.

²⁹Consultar a anterior alínea 6.2.5.3

³⁰Imagens obtidas pelo mesmo método indicado na alínea 6.2.10.1.1.

³¹Imagens obtidas pelo mesmo método indicado na alínea 6.2.10.1.1.

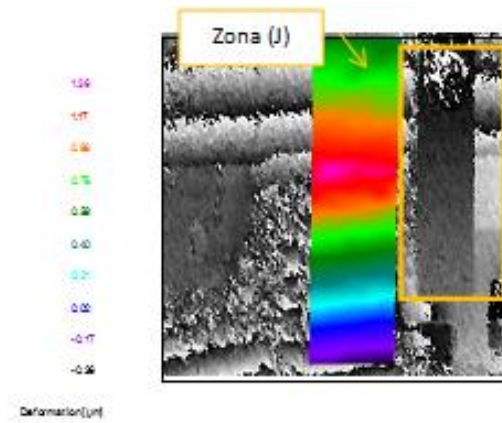


Figura 6.52: Sobreposição do mapa de deslocamentos - 1^a velocidade (a-J)

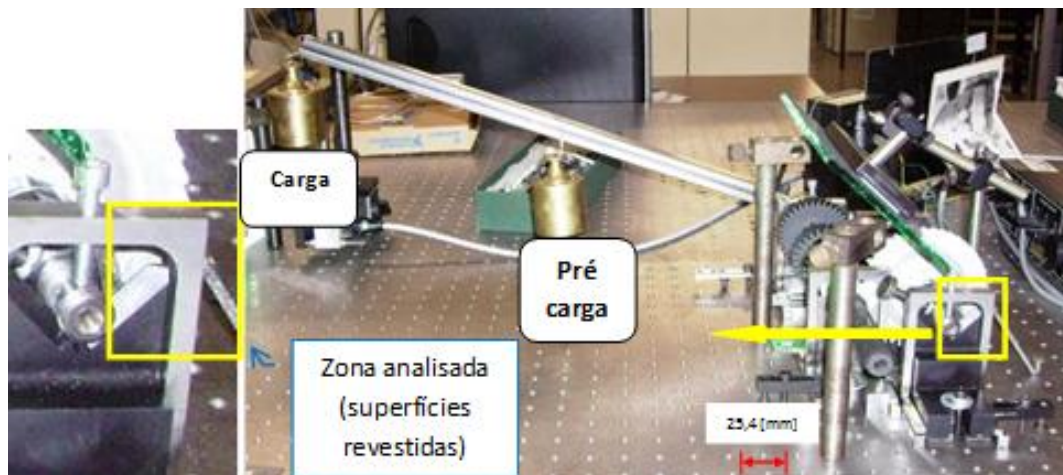


Figura 6.53: Montagem com engrenagem de 3^a velocidade e braço em posição diferente

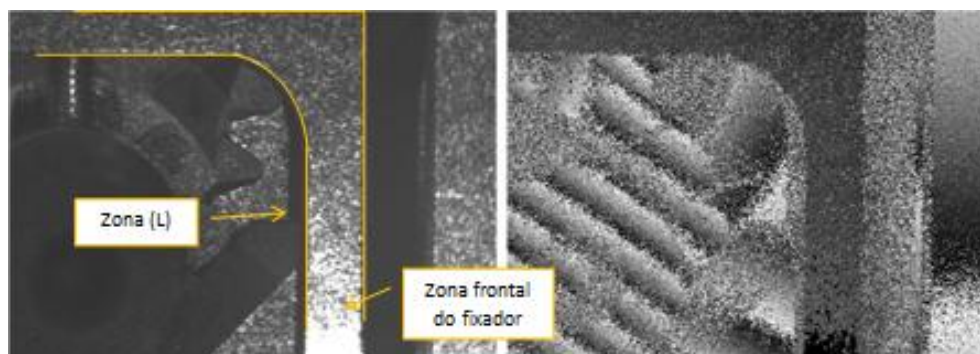


Figura 6.54: Zona de medição (esquerda) e Mapa de fase dos deslocamentos obtidos (direita) - montagem (L)

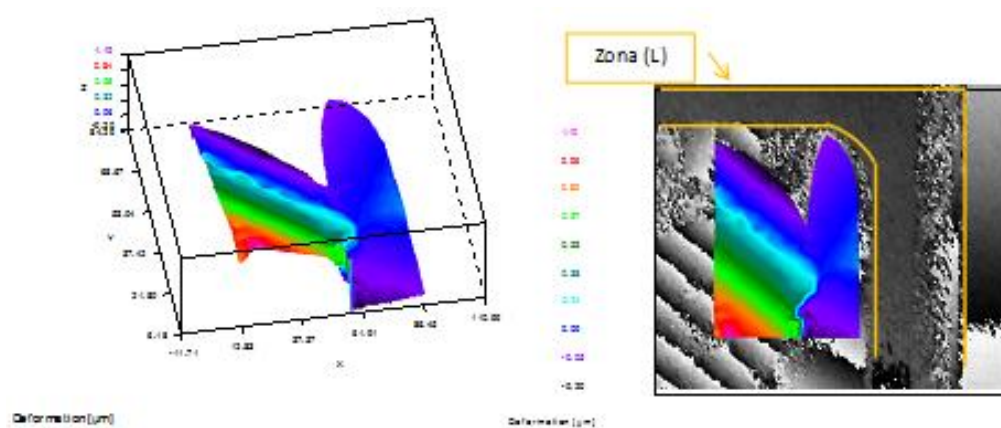


Figura 6.55: 3D do mapa de fase desembrulhado (esquerda) e Sobreposição do mapa de deslocamentos (direita) - montagem (L)

6.2.11 Comparação dos resultados obtidos pela técnica de Holografia Digital e cálculos teóricos

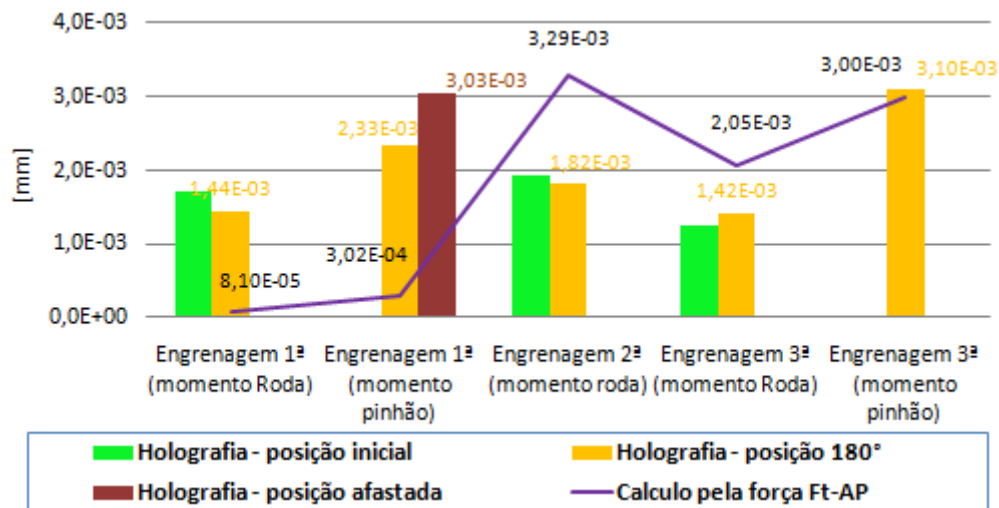


Figura 6.56: Comparação dos deslocamentos obtidos pelas técnicas de holografia, e cálculos teóricos

Na análise dos resultados apresentados no gráfico da figura 6.56, verifica-se haver coerência entre os obtidos teoricamente e pelos ensaios experimentais, seguindo tendências semelhantes.

Relativamente aos resultados com as duas posições adoptadas para as rodas de primeira e terceira velocidades, rodadas com um ângulo de 180°, constata-se não haver diferenças significativas entre ambos, evidenciando haver pouca influência dos valores dos seus erros da divisão e da hélice, para os baixos valores dos momentos aplicados nestes estudos.

De referir que os resultados da análise da montagem de suporte das engrenagens utilizada são também satisfatórios, indicando não haver deslocamentos significativos para os casos verificados, tanto na direcção radial como axial, relativamente aos eixos das engrenagens.

6.3 Análise do estudo experimental com aplicação do método dos elementos finitos (MEF)

6.3.1 Introdução

O MEF é agora utilizado para o estudo do comportamento da montagem utilizada no estudo experimental apresentado na alínea 6.2, relativamente aos deslocamentos e tensões ocorridos em função das condições de fronteira adoptadas nas várias análises, simulando as solicitações reais aí aplicadas.

Para esta análise estrutural da montagem e engrenagens foi também utilizado o software CATIA®.

Os resultados obtidos nesta alínea, serão posteriormente comparados com os obtidos anteriormente pela aplicação da técnica de holografia e cálculos teóricos.

6.3.2 Selecção das malhas

A malha escolhida foi o tipo “tetraédrica”, para todos os componentes da montagem. Sobre os tamanhos adoptados para os componentes da montagem, foram adoptados os valores definidos pelo próprio software de cálculo, à excepção dos dois braços, a mesa e as engrenagens. Para os braços e a mesa, este valor foi diminuído, em função de defeitos ocorridos no cálculo de computação por este software referido. No caso dos pinhões e rodas analisados, foi realizado um estudo da convergência das malhas³², sendo o tamanho escolhido para estes componentes de 0,7 mm [28][29].

6.3.3 Ligações entre componentes

Na figura 6.57, são apresentados os tipos de ligações aplicadas, de forma a ser conseguida a melhor simulação da montagem real utilizada:

Ligações fixas:

- Entre mesa e bases, fixadores e parafusos de fixação; - Entre suportes de apoio da árvore dos pinhões e dispositivo de suporte das rodas e anilhas e réguas de aperto; - Entre os vários elementos do dispositivo de suporte das rodas; - Entre o dispositivo de suporte das rodas e estas; - Entre os braços de aplicação da força e de bloqueio com os veios correspondentes; - Entre os parafusos de limitação superior da árvore dos pinhões e dispositivo de suporte das rodas e os fixadores.

Ligações deslizantes:

- Entre as bases de apoio da árvore dos pinhões e dispositivo de suporte da roda e estes; - Entre árvore dos pinhões e dispositivo de suporte da roda e os parafusos de limitação superior destes; - Entre as faces laterais da árvore dos pinhões e do veio de suporte das rodas e as bases de apoio destes; - Entre os dentes em contacto, das engrenagens.

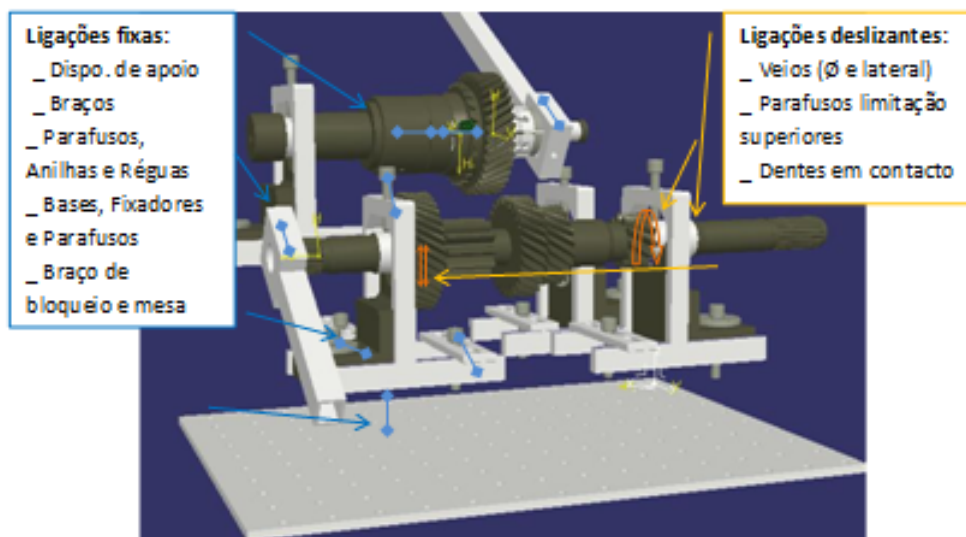


Figura 6.57: Ligações entre componentes da montagem do estudo experimental

³²Consultar a alínea 5.4.1 do capítulo 5

6.3.4 Condições de fronteira

Na figura 6.58, são apresentadas as condições de fronteira definidas:

Elementos fixos: A base - fixa em toda a sua superfície inferior.

A força: Aplicada no braço - correspondente à aplicação da carga.

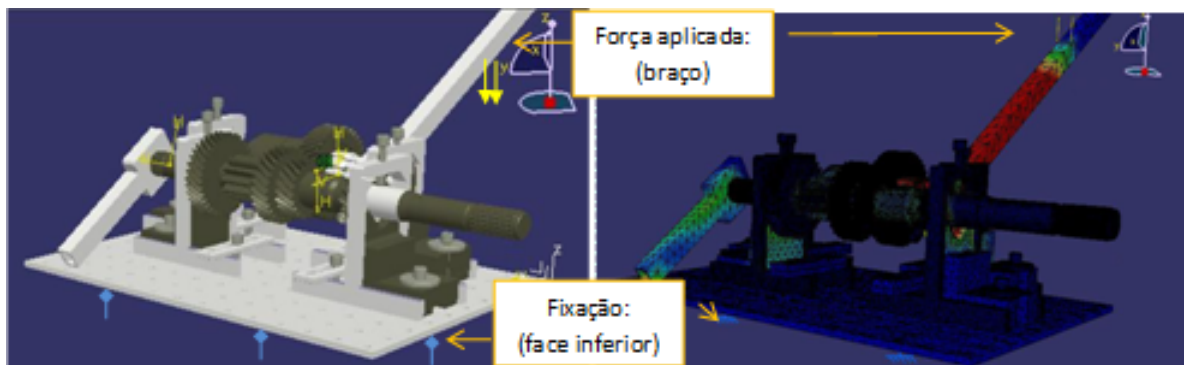


Figura 6.58: Condições de fronteira da montagem do estudo experimental

6.3.5 Análise da engrenagem de primeira velocidade pelo MEF

6.3.5.1 Análise com momento exercido no veio da roda

Nas figuras 6.59 e 6.60, são apresentados os resultados dos deslocamentos e tensões obtidas, respectivamente, com a análise estrutural do modelo da montagem concebida para o estudo da engrenagem de primeira velocidade, com o momento aplicado no veio de suporte das rodas.

Os resultados dos deslocamentos obtidos são observados no espaço correspondente à (zona A), apresentada na anterior alínea 6.2.10.1.1, na localização do pinhão e roda desta engrenagem, com um valor máximo $2,16 \times 10^{-4} \text{ mm}$.

Sobre a análise das tensões, nestes estudos, foi considerado o contacto entre pinhão e roda apenas por um par de dentes, conforme apresentado na figura 6.60 (direita). A tensão máxima obtida na montagem foi de $1,89 \text{ MPa}$ na zona de acoplamento do braço, sendo na raiz dos dentes $1,72 \text{ MPa}$.

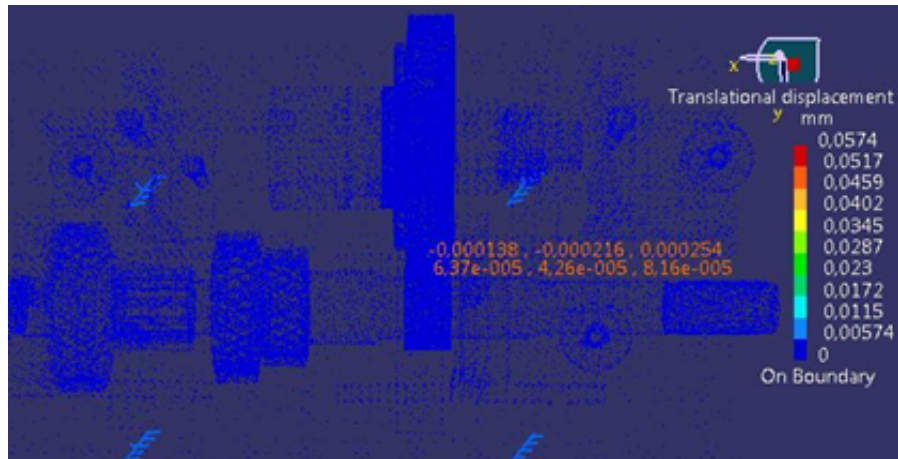


Figura 6.59: Deslocamentos obtidos com momento no veio da roda - engrenagem de 1ª velocidade (vista de cima da zona A - montagem da figura 6.28)

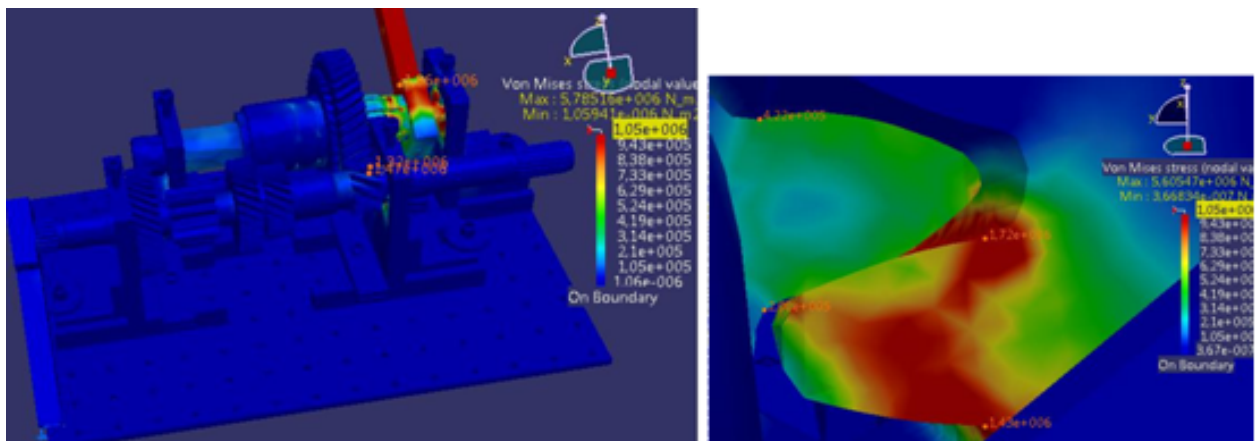


Figura 6.60: Tensões obtidas na montagem (esquerda) e raiz dos dentes (direita) - engrenagem de 1ª velocidade (zona A - montagem da figura 6.28)

6.3.5.2 Análise com momento exercido na árvore dos pinhões

Nas figuras 6.61 e 6.62 é representada a mesma montagem da alínea anterior, agora com momento aplicado na árvore dos pinhões, sendo apresentados de igual forma os deslocamentos e tensões obtidas, respectivamente.

Os resultados dos deslocamentos obtidos são observados agora no espaço correspondente à (zona C), apresentada na anterior alínea 6.2.10.1.3, também na localização do pinhão e roda desta engrenagem com um valor máximo $1,98 \times 10^{-4} \text{ mm}$.

A tensão máxima obtida na montagem foi de $1,97 \text{ MPa}$, na zona de acoplamento do braço, sendo na raiz dos dentes $0,6 \text{ MPa}$.

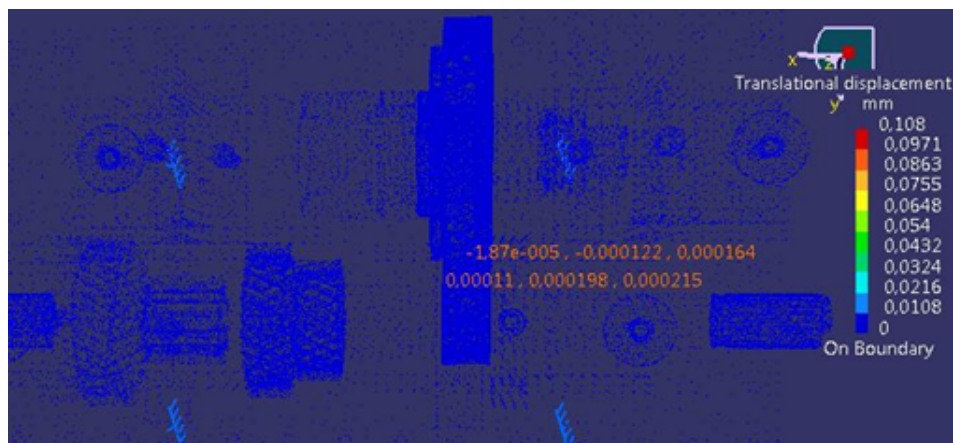


Figura 6.61: Deslocamentos obtidos com momento na árvore dos pinhões - engrenagem de 1ª velocidade (vista de cima da zona C - montagem da figura 6.33)

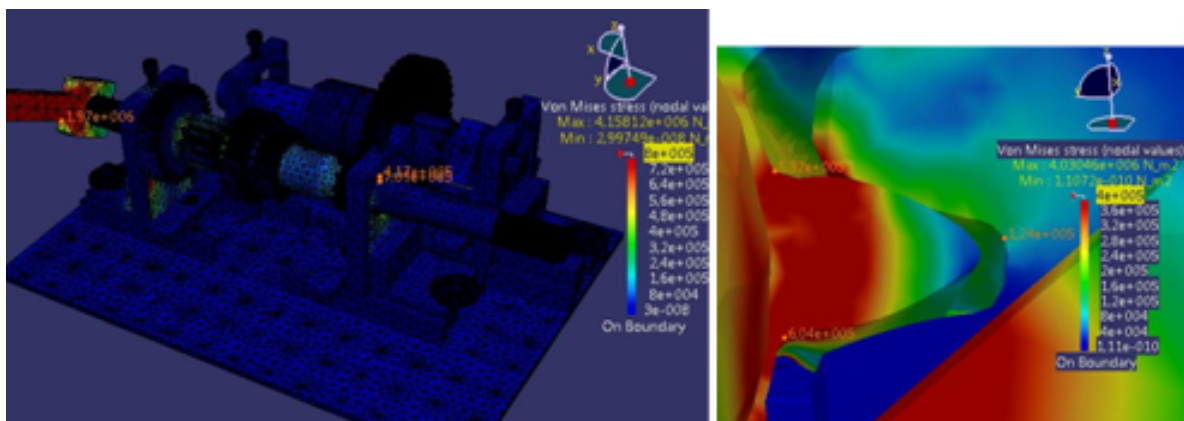


Figura 6.62: Tensões obtidas na montagem (esquerda) e raiz dos dentes (direita) - engrenagem de 1ª velocidade (zona C - montagem da figura 6.33)

6.3.6 Análise da engrenagem de segunda velocidade pelo MEF, com momento exercido no veio da roda

Nas figuras 6.63 e 6.64 são apresentados os resultados obtidos com a montagem realizada com a engrenagem de segunda velocidade e momento aplicado no veio de suporte das rodas.

Este espaço correspondente à (zona E), apresentada na anterior alínea 6.2.10.2.1, na localização do pinhão e roda desta engrenagem e apresenta um valor de deslocamento máximo $1,51 \times 10^{-3} \text{ mm}$.

A tensão máxima obtida na montagem foi de $3,1 \text{ MPa}$ na zona de acoplamento do braço, sendo na raiz dos dentes $1,98 \text{ MPa}$.

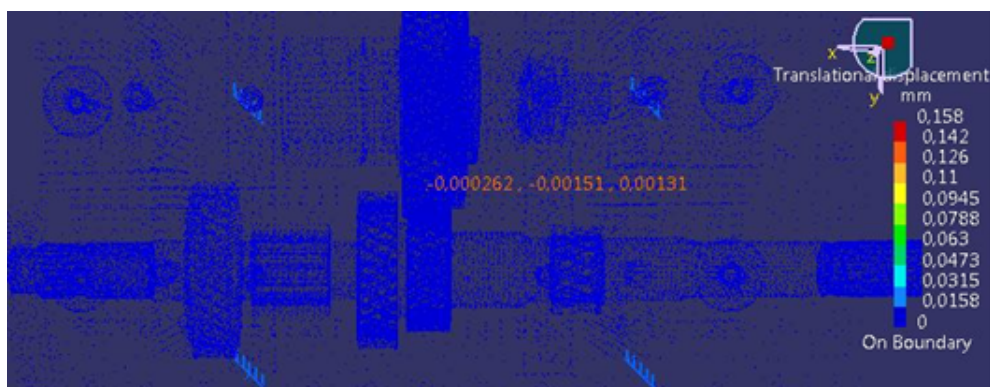


Figura 6.63: Deslocamentos obtidos com momento no veio da roda - engrenagem de 2ª velocidade (vista de cima da zona E - montagem da figura 6.38)

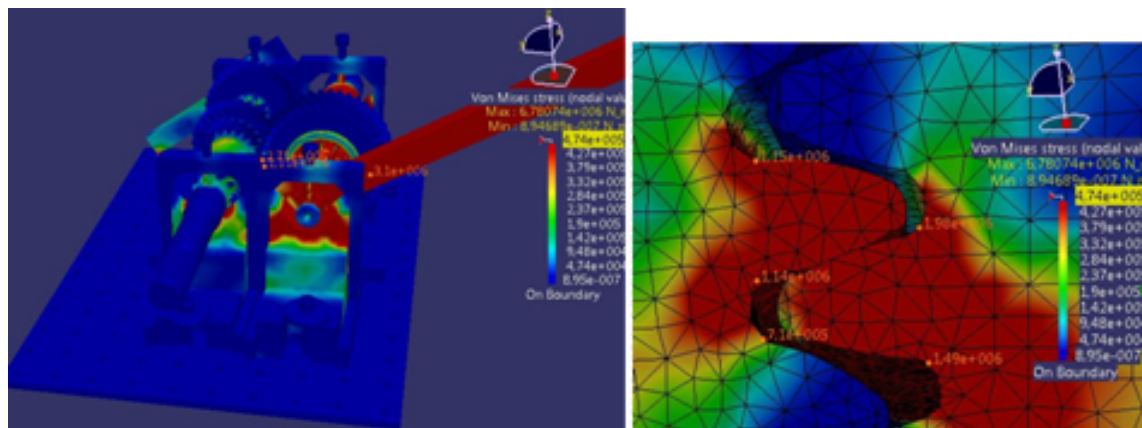


Figura 6.64: Tensões obtidas na montagem (esquerda) e raiz dos dentes (direita) - engrenagem de 2ª velocidade (zona E - montagem da figura 6.38)

6.3.7 Análise da engrenagem de terceira velocidade pelo MEF, com momento exercido no veio da roda

6.3.7.1 Análise com momento exercido no veio da roda

Nas figuras 6.65 e 6.66 são apresentados os resultados obtidos através da montagem realizada com esta engrenagem de terceira velocidade com momento aplicado no veio de suporte das rodas.

O espaço é correspondente à (zona G), apresentada na anterior alínea 6.2.10.3.1, na localização do pinhão e roda desta engrenagem, com um valor de deslocamento máximo $3,07 \times 10^{-4} \text{ mm}$.

A tensão máxima obtida na montagem foi de $1,28 \text{ MPa}$ na zona de acoplamento do braço, sendo na raiz dos dentes $2,4 \text{ MPa}$.

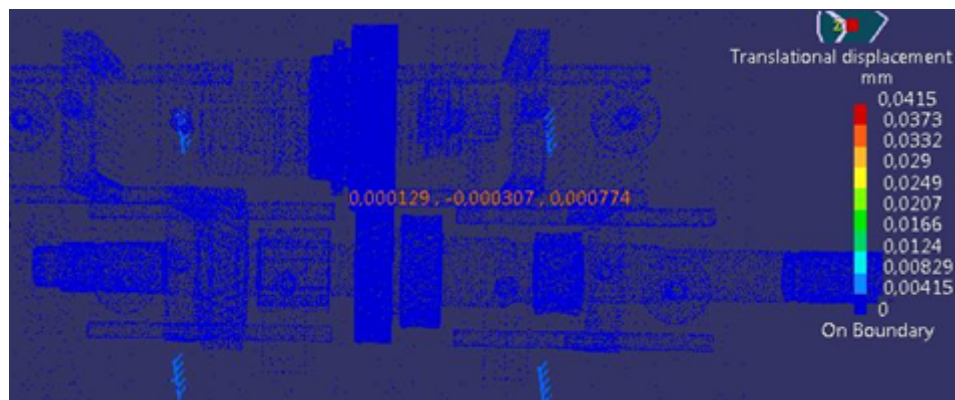


Figura 6.65: Deslocamentos obtidos com momento no veio da roda - engrenagem de 3ª velocidade (vista de cima da zona G - montagem da figura 6.43)

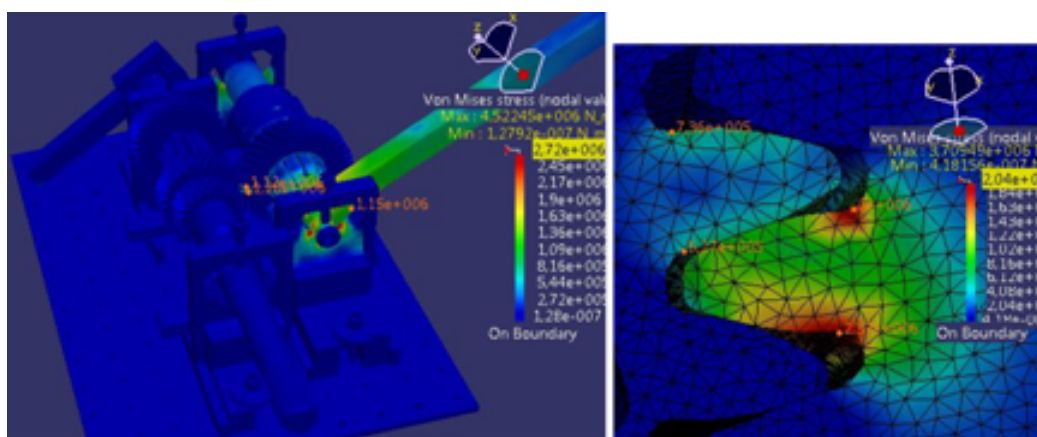


Figura 6.66: Tensões obtidas na montagem (esquerda) e raiz dos dentes (direita) - engrenagem de 3ª velocidade (zona G - montagem da figura 6.43)

6.3.7.2 Análise com momento exercido na árvore dos pinhões

Nas figuras 6.67 e 6.68 são apresentados os resultados obtidos com a engrenagem de terceira velocidade, sendo o momento aplicado agora na árvore dos pinhões.

Este espaço correspondente à (zona I), apresentada na anterior alínea 6.2.10.3.3 e na localização do pinhão e roda desta engrenagem, com um valor de deslocamento máximo $5,23 \times 10^{-4} \text{ mm}$.

A tensão máxima obtida na montagem foi $3,91 \text{ MPa}$, na zona de acoplamento do braço sendo na raiz dos dentes $1,73 \text{ MPa}$.

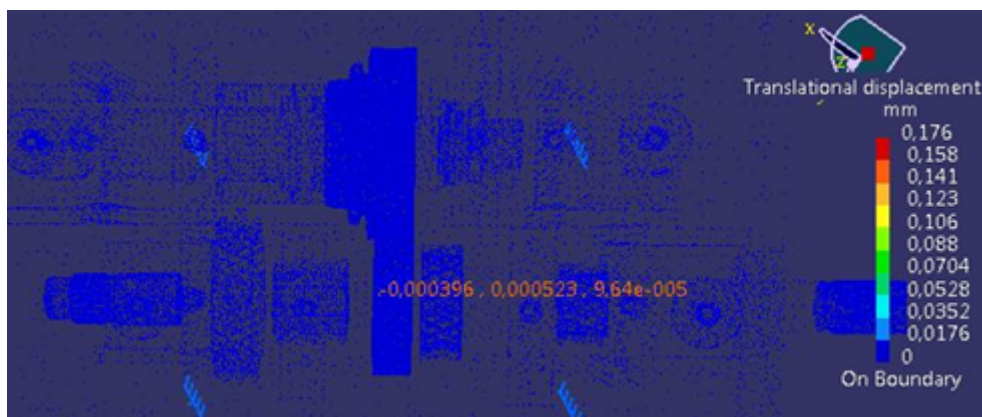


Figura 6.67: Deslocamentos obtidos com momento na árvore dos pinhões - engrenagem de 3ª velocidade (vista de cima da zona I - montagem da figura 6.48)

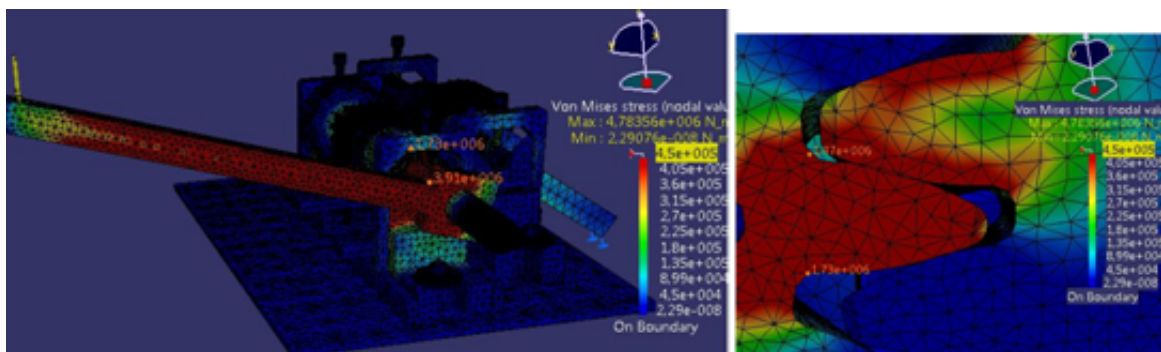


Figura 6.68: Tensões obtidas na montagem (esquerda) e raiz dos dentes (direita) - engrenagem de 3ª velocidade (zona I - montagem da figura 6.48)

6.3.8 Comparação dos resultados obtidos pelos cálculos teóricos, técnica de Holografia Digital e MEF

Na análise dos resultados apresentados no gráfico da figura 6.69 sobre os deslocamentos obtidos nas posições dos vários pinhões, verifica-se haver coerência entre os resultados obtidos com a aplicação dos vários métodos utilizados.

As diferenças verificadas são pouco significativas, exceptuando a posição de primeira velocidade no estudo com a aplicação da técnica de holografia digital, podendo nesse caso haver influência do estatismo da montagem, não tendo sido possível ser feita a confirmação desta situação.

No global os resultados obtidos pelos métodos e técnicas utilizadas revelam tendências idênticas, sendo indicador da sua possível utilização conjunta em estudos deste tipo, com os benefícios associados como a melhor optimização de dimensionamentos e parâmetros, entre outros.

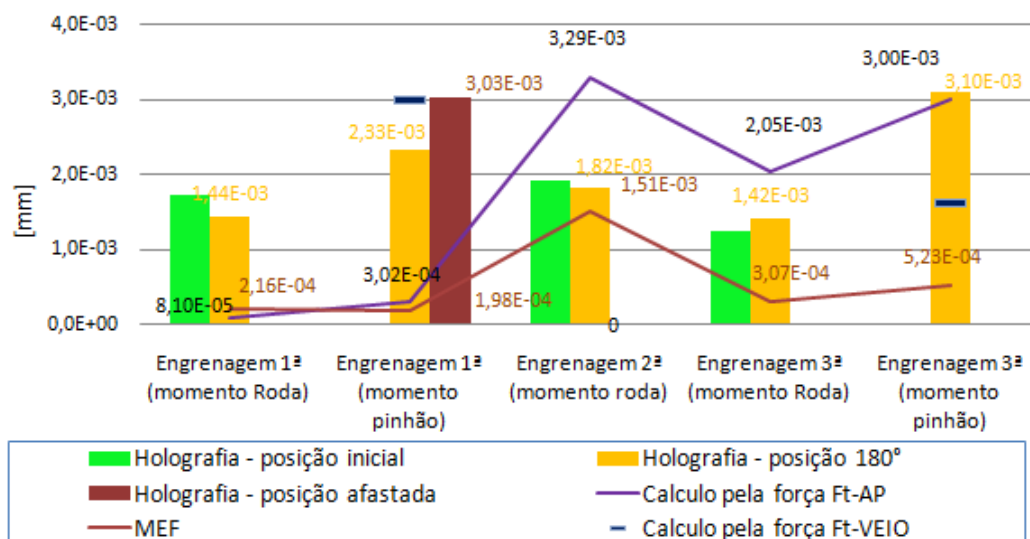


Figura 6.69: Comparação dos deslocamentos obtidos pelas técnicas de holografia, cálculos teóricos e MEF

6.4 Análise do nível de ruído de engrenagens após montagem numa caixa de velocidades

6.4.1 Introdução

As anomalias de fabrico das engrenagens, poderão colocar em risco o bom desempenho das caixas de velocidades em funcionamento real, com repercussões diversas tanto ao nível económico como em termos de segurança. Neste âmbito, para a detecção dessas anomalias são efectuados controlos, tanto na fase de fabrico assim como após operação de montagem final, na qual são controlados todos os mecanismos prontos.

Nesta alínea é apresentada a análise de engrenagens com certas características dos dentes não conformes relativamente aos seus valores de referência, após montagem numa caixa de velocidades, sendo esta então analisada quanto ao nível de ruído em funcionamento assim como aos esforços de passagem das diferentes mudanças das velocidades.

Esta análise foi realizada num equipamento específico para ensaios destes mecanismos, possibilitada pelo próprio fabricante das engrenagens e caixa de velocidades.

6.4.2 Descrição dos ensaios realizados

Após montagem das engrenagens a analisar na caixa de velocidades, esta foi acoplada ao equipamento de ensaios que simula a ligação ao motor do veículo real e solicitada para cada uma das engrenagens com determinados valores de rotação e durante um determinado período de tempo. Os regimes de rotações aplicadas para todas as engrenagens, foram entre 1800 e 3500 rpm, tendo sido entre estes valores registadas as leituras dos níveis de ruído, nas fases de aceleração e desaceleração.

Em simultâneo foi também feita a análise subjectiva do esforço de passagem de cada uma das engrenagens pelo operador responsável da operação, representando esta análise o grau de dificuldade na utilização da caixa de velocidades pelo utilizador final, no respeitante à operação da mudança das velocidades num veículo. Esta análise não teve contudo o objectivo de comparação com os restantes estudos apresentados neste trabalho.

No decorrer do ensaio, embora tenham sido ensaiadas as restantes engrenagens da caixa de velocidades, são somente analisados os resultados com as engrenagens de segunda e terceira velocidades, em função do objectivo pretendido da comparação destes resultados com os obtidos pela aplicação dos métodos apresentados nas anteriores alíneas 6.2 e 6.3. Sobre a engrenagem de primeira velocidade, a análise do nível do ruído não é realizada nestes equipamentos. Os resultados das análises com as engrenagens de quarta e quinta velocidade, são apresentados na figura D.10 e D.11 do apêndice D.4, para informação complementar.

6.4.3 Engrenagens utilizadas no ensaio

As engrenagens analisadas nestes ensaios, são de primeira, segunda e terceira velocidades, do mesmo tipo e com iguais características, às utilizadas no estudo experimental apresentado neste trabalho, com a técnica de holografia digital e método dos elementos finitos³³. Também neste caso, apenas as rodas destas engrenagens apresentam erros das suas características, semelhantes aos apresentados nas alíneas referidas anteriormente.

Sobre as restantes engrenagens, não são apresentadas nem avaliados os esforços de passagem correspondentes, em função de não serem objecto de estudo comparativo, no presente trabalho.

Descrição das características das várias engrenagens montadas na caixa de velocidades ensaiada:

- Uma “árvore” de engrenagens com cinco pinhões³⁴;
- Cinco rodas dentadas: Representam na sua aplicação funcional as rodas de primeira, segunda, terceira, quarta e quinta velocidade, tendo estas também, diferentes características

³³Consultar as alíneas 6.2 e 6.3.

³⁴Consultar a alínea 6.2.3

dos dentados³⁵. Estas rodas são acopladas ao elemento mandado, ao qual transmitem o movimento recebido dos respectivos pinhões em função de cada selecção de engrenagem pretendida.

- Uma segunda árvore com dois pinhões, sendo um acoplado e outro fazendo parte do mesmo corpo: Representa na sua aplicação funcional o componente mandado, através do qual é transmitido o movimento de rotação final pretendido.
- Um pinhão de quinta velocidade: Pinhão acoplado previamente na segunda árvore.

6.4.3.1 Ensaio com a engrenagem de segunda velocidade

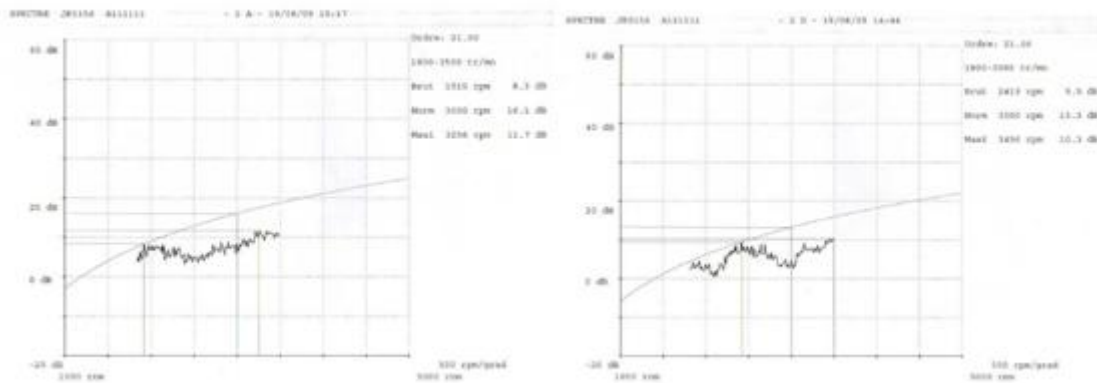


Figura 6.70: Níveis de ruído com engrenagem de segunda velocidade - em aceleração (esquerda) e desaceleração (direita)

No gráfico apresentado na figura 6.70, são apresentados os resultados obtidos com a engrenagem de segunda velocidade, nas fases de aceleração e desaceleração. Os níveis de ruído obtidos nestes ensaios, nas fases de aceleração e desaceleração, estão dentro dos limites definidos, com os valores obtidos de 16,1 para limite de 18 [dB] e 13 para limite de 17,7 [dB], respectivamente. Valores obtidos para a rotação de referência de 3000 rpm.

Contudo, estes valores estão próximos dos limites máximos admissíveis, evidenciando a possível influência dos erros da divisão do dentado da roda³⁶. Esta relação é justificada pela alternância das forças exercidas entre os dentes engrenados durante o movimento de rotação, provocada por estes desvios, implicando por sua vez subseqüentes flexões dos veios de suporte e assim o aumento do nível de ruído da caixa de velocidades em funcionamento.

6.4.3.2 Ensaio com a engrenagem de terceira velocidade

No gráfico apresentado na figura 6.71, são apresentados os resultados obtidos com a engrenagem de terceira velocidade, nas fases de aceleração e desaceleração. Os níveis de ruído obtidos nestes ensaios, nas fases de aceleração e desaceleração, estão também dentro dos limites definidos, com os valores máximos obtidos de 14,6 para limite de 24,8 [dB] e 13,8 para limite de 22 [dB], respectivamente. Valores obtidos para a rotação de referência de 3000 rpm.

³⁵Consultar a alínea 6.2.3.

³⁶Consultar a alínea 4.6 do capítulo 4.

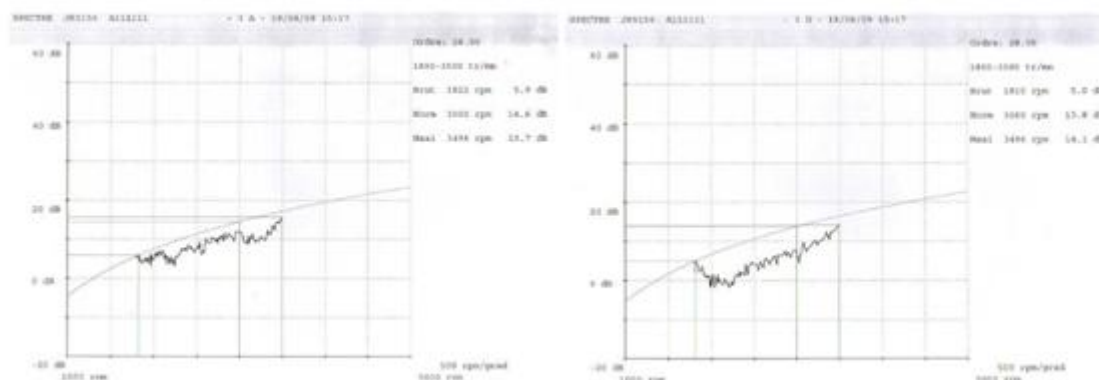


Figura 6.71: Níveis de ruído com engrenagem de terceira velocidade - em aceleração (esquerda) e desaceleração (direita)

Estes valores estão agora mais afastados dos limites máximos admissíveis, o que evidencia menos influência dos erros da divisão do dentado da roda³⁷, ainda que os valores dos desvios sejam comparáveis aos da roda de segunda velocidade³⁸. Estes resultados são justificados em função da maior distância desta engrenagem aos apoios, proporcionando assim a redução das intensidades das forças entre os dentes durante o movimento de rotação e consequente diminuição do nível de ruído em funcionamento.

6.4.3.3 Conclusões sobre os ensaios da análise de ruído

Estes ensaios realizados representaram para o presente trabalho uma etapa de grande interesse, dado possibilitar a simulação em funcionamento real de engrenagens após a sua montagem e a influência das suas anomalias de fabrico nos resultados obtidos.

Os resultados obtidos dos níveis de ruído revelaram coerência relativamente aos valores das características dos dentados, verificando-se uma relação directa entre ambos e sendo atingidos valores de ruído próximos dos valores de limite, para as engrenagens utilizadas com erros da característica divisão do dentado das rodas.

A realização destes ensaios está contudo condicionada à existência de um meio específico para estas análises tornando bastante restrita a possibilidade da sua realização.

6.5 Conclusões sobre os estudos realizados

Sobre a aplicação da Técnica de Holografia Digital ESPI, verificou-se coerência dos resultados aí obtidos, comparativamente com os teóricos prévios, revelando a garantia necessária da obtenção de resultados fidedignos. Os valores reduzidos com que em todas os estudos se trabalhou, revelam as imensas possibilidades de precisão de medida desta técnica. Contudo, em alguns dos ensaios realizados, mostrou-se haver possível influência da falha de estatismo

³⁷Consultar a alínea 4.6 do capítulo 4

³⁸Consultar alínea 6.4.3.1

das montagens, no momento da leitura dos deslocamentos.

A utilização do Método dos Elementos Finitos MEF, possibilitou a análise paralela dos estudos realizados, teórica e experimentalmente, com a análise simulada das montagens e solicitações aplicadas, proporcionando a contínua comparação dos resultados. Os resultados obtidos por este método foram coerentes no enquadramento global dos restantes métodos aplicados, tanto relativamente à análise das tensões, como sobre os deslocamentos obtidos.

Este método demonstrou ser uma ferramenta determinante no estudo da distribuição das tensões nos dentes, corpos das rodas dentadas e restantes componentes de apoio destas, proporcionando uma compreensão directa da ocorrência destes fenómenos, possibilitando o seguimento e melhoria da concepção dos projectos, seja no âmbito de estudos técnicos ou aplicação industrial.

Os resultados obtidos com este método, tanto na reprodução dos ensaios experimentais realizados em laboratório, como na simulação do engrenamento com modelos virtuais solicitados com intensidades de valores de funcionamento reais, revelaram coerência entre si, validando todos os modelos virtuais construídos e apresentados no presente trabalho.

O ensaio de ruído proporcionou a verificação da influência de defeitos de características dos dentados de algumas engrenagens, na simulação em funcionamento real de uma caixa de velocidades, proporcionando uma avaliação muito útil e importante. Para a realização deste ensaio, é necessário contudo o acesso a meios de verificação caros e específicos para determinado tipo de mecanismos, como foi este caso particular, comprometendo normalmente a decisão sobre esta opção de análise.

Dos métodos de análise utilizados é de realçar a aplicação da técnica de Holografia Digital ESPI, sobre a qual, embora a expectativa inicial tenha sido a análise da deformação dos próprios dentes em esforço, a possibilidade prática do desenvolvimento do ensaio levou a resultados de interesse, proporcionando por si só uma experiência diferente sobre a medição sem contacto destes componentes e alargando as possibilidades de estudos futuros com os mesmos. O ensaio de análise de ruído e esforços de passagem, é também de interesse, dado possibilitar a simulação da utilização real das engrenagens pretendidas a analisar.

Os resultados obtidos promovem a motivação para futuros estudos com os métodos e técnicas aqui apresentadas.

Capítulo 7

Conclusões e considerações futuras

No presente trabalho foram desenvolvidos estudos com a aplicação da técnica de Holografia Digital ESPI, pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) e através de um ensaio de funcionamento de engrenagens numa caixa de velocidades, com o objectivo da avaliação dos deslocamentos e tensões resultantes nos dentes e restantes elementos das engrenagens, assim como a análise ruído e de esforços de passagem das relações de transmissão, tendo em conta determinados defeitos das características dos dentados das engrenagens utilizadas.

Os resultados obtidos com a aplicação dos vários tipos de métodos e técnicas, demonstraram coerência entre si, sendo validada a sua adequação e possibilidade de utilização paralela, em estudos do âmbito dos desenvolvidos no presente trabalho.

O Método dos Elementos Finitos demonstrou ser uma ferramenta determinante no estudo da distribuição das tensões nas engrenagens e componentes de apoio. Particularmente nas várias zonas constituintes dos dentes, onde é importante a análise de pormenor, foi de interesse, a análise das tensões ocorridas na zona da raiz dos dentes. Teve igualmente um papel importante na verificação da influência dos defeitos das características dos dentes e na análise da distribuição das tensões nas montagens utilizadas nos ensaios experimentais com a aplicação da técnica de Holografia Digital. Na análise dos deslocamentos, revelou também ser uma ferramenta com muitas vantagens, tendo proporcionado a análise paralela com os restantes métodos, apresentando valores coerentes.

Os estudos desenvolvidos com a aplicação da técnica de Holografia Digital ESPI, proporcionou a obtenção de resultados fidedignos, comparativamente com os obtidos pelos restantes métodos, revelando as vantagens inerentes ao controlo sem contacto do deslocamento de uma zona, com elevada precisão de medição.

Este método proporcionou resultados positivos de particular expectativa, dado serem poucos os estudos conhecidos com a sua aplicação em estudos com engrenagens.

O ensaio de ruído proporcionou a verificação das engrenagens na sua prestação real simulada, proporcionando uma avaliação também muito útil no respeitante à influência dos seus defeitos no funcionamento final.

Com base nas conclusões obtidas sobre os vários estudos realizados com a aplicação da

técnica de Holografia Digital ESPI, é identificado como melhoria a implementar no futuro, a utilização de valores o mais próximo possível dos reais, de forma a serem eliminadas dúvidas inerentes à correlação dos valores obtidos.

Os resultados obtidos com a aplicação desta técnica, mostra ser de interesse o desenvolvimento dos seguintes estudos futuros, com as devidas restrições a atender em cada situação particular:

- O estudo da deformação dos dentes das engrenagens, num plano normal ou aparente relativamente ao seu eixo de referência;
- O estudo das deformações de um mecanismo com engrenagens, como exemplo uma caixa de velocidades, em esforço, em determinadas faces de referência.

Estes estudos podem dar um contributo determinante para a utilização futura desta técnica no âmbito industrial, na medição de engrenagens, assim como outros componentes, sem contacto.

Atendendo aos estudos realizados com a aplicação do Método dos Elementos Finitos, são identificados também possíveis trabalhos futuros de interesse:

- A possibilidade de análise dinâmica de uma engrenagem com defeitos do dentado, numa rotação completa, de forma a serem avaliadas as tensões resultantes nas várias zonas dos dentes, assim como as deformações dos mesmos e variação dos entre-eixos.
- Um outro estudo também ambicioso, compreende a análise do contacto entre os dentes engrenados em esforço, com a avaliação da deformação das suas superfícies dos flancos, nas correspondentes faixas de contacto.

Estes estudos propostos podem contribuir para o enriquecimento dos conhecimentos actuais sobre os fenómenos da degradação das engrenagens e seus elementos de apoio, proporcionando a correlação de resultados com os estudos de investigação reconhecidos, nesses âmbitos.

No âmbito de análises futuras deste tipo a desenvolver, mostra-se vantajosa a utilização conjunta dos diferentes tipos de estudos apresentados neste trabalho, possibilitando o acompanhamento paralelo do desenvolvimento dos trabalhos e análises, proporcionando assim a melhoria contínua do projecto.

Mesmo no universo das engrenagens, onde a normalização e experiência dos fabricantes de referência conduzem à excelência actual sobre o seu funcionamento, a investigação deve ter por inerência um papel dinâmico na procura da sempre melhoria possível. É com base neste pensamento, que este trabalho foi desenvolvido e estes estudos futuros são propostos.

Bibliografia

- [1] Henriot, G. - Engrenages - Conception, Fabrication e mise en ouvre. 8^a ed., Paris: Dunod, 1999, 2007. Tome I.
- [2] Henriot, G. - Traité Théorique et Pratique des Engrenages 2. 5^a ed.. Paris: Dunod, 1983. Tome II.
- [3] Almacinha, J.A. - Redutor de Engrenagens Cilíndricas Dentado Exterior. Aulas práticas Laboratoriais. Porto: DEMEGI - FEUP, 2002. Artigo técnico.
- [4] Almacinha, J.A. ; Seabra, J.O. - Correção de Dentado em Rodas Cilíndricas de Engrenagens Exteriores Redutoras e Multiplicadoras. Revista Tecnometal. Porto: DEMEGI - FEUP, 1991. Artigo técnico.
- [5] Almacinha, J.A. ; Seabra, J.O. et al - Geometria das Rodas Cilíndricas de Engrenagens Exteriores com Perfil em Envolverte. Revista Robotica e Automação. Porto. Artigo técnico.
- [6] ISO 53. 1974, 1977, 1998 - Cylindrical Gears for General Engineering and for Heavy Engineering - Standard Basic Rack tooth Profile. ISO.
- [7] ISO 54. 1977, 1997 - Cylindrical Gears for General Engineering and for Heavy Engineering - Módulos. ISO.
- [8] ISO/TR 4467. 1982 - Déport des Dentures des Roues Cylindriques pour engrenages extérieurs réducteurs et multiplicateurs. ISO.
- [9] Almacinha, J. A. ; Seabra, J.O. - O Sistema de Precisão de Engrenagens Cilíndricas com Dentado em Envolverte de Círculo. Revista Tecnometal. Porto: DEMEGI - FEUP. Artigo técnico.
- [10] DIN 3960. 1980 - Concepts and Parameters Associated with Cylindrical Gears and Cylindrical Gears Pairs with Involute Teeth. DIN.
- [11] ISO 1328-1. 1975 - ISO System of Accuracy - Definitions and Allowable Values of Deviations relevant to Corresponding Flanks of Gear Teeth. ISO.
- [12] MAAG Gear Book - calculation and Practice of Gears, Gears Drives, Toothed Couplings and Synchronous Cutch Couplings. Zurich: 1990.
- [13] ISO 6336-2. 2006 - Calculation of the load Capacity of Spur and Helical Gears - Part 2: Calculation of surface durability (pitting). ISO.

- [14] ISO 9085. 2006 - Calculation of the load Capacity of Spur and Helical Gears - Part 2 : Application for industrial gears. ISO.
- [15] ISO 6336-1. 2006 - Calculation of the load Capacity of Spur and Helical Gears - Part 2: Basic principles, introduction and General Influence factors. ISO.
- [16] ISO 6336-6. 2006 - Calculation of the load Capacity of Spur and Helical Gears - Part 6: Part6: Calculation of service life under variable. ISO.
- [17] [17] ISO 6336-5. 2004 - Calculation of the load Capacity of Spur and Helical Gears - Part 6: Part6: Strength and quality of materials. ISO.
- [18] ISO 6336-3. 2006 - Calculation of the load Capacity of Spur and Helical Gears - Part 6: Part6: Calculation of tooth bending strength. ISO.
- [19] ISO 1328-1. 1975 - ISO System of Accuracy - Definitions and Allowable Values of Deviations Relevant to Radial Composite Deviation and Runout. ISO.
- [20] ISO 10064-1 - Code of Inspection Practice – Inspection of Corresponding Flanks of Gear Teeth. 1996.
- [21] ISO 10064-2. 2001 - Code of Inspection Practice – Inspection of Radial Composite Deviations, Runout, Tooth Thickness and Backlash. ISO.
- [22] DIN 3970-1. 1974 - Mather Gears for Checking Spur Gears. Gear Blank and Tooth System. DIN.
- [23] Ferdinand P. B. et al - Mecânica Vectorial para Engenheiros. 6^a ed.. 1996.
- [24] J. M. Monteiro - Desenvolvimento de um Sistema de Interferometria Holográfica (ESPI) para Análise de Estruturas sob Solicitações Estáticas e Dinâmicas. Tese de Mestrado, DEMEGI-FEUP. Porto: 1998.
- [25] Butters, J.N., Leendertz, J.A. - Speckle Pattern and Holographic Techniques in Engineering Metrology. Optics and Lasers Technology: 26-30. 1971.
- [26] Jones R., Wykes C. - Holographic and Speckle Interferometry. - Cambridge University Press: 1989.
- [27] K. Creath - Phase Measurement Interferometry Techniques, in Progress in Optics XXVI, E. Wolf, Ed. North Holland Publ.. Amsterdam: 1988.
- [28] Teixeira-Dias F., Pinho-da-Cruz J. et al - Método dos Elementos Finitos, Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia. 2007.
- [29] Papadrakakis M., Topping B.H.V - Innovative Computational Methods for Structural Mechanics. 1999.
- [30] Dufailly J. - Calcul de la Capacité de Charge des Engrenages Cylindriques de Transmission de Puissance (présentation et analyse des méthodes ISO 6336). Paris: 1998.
- [31] Hamrock B., Jacobson B. - Fundamentals of Machine Elements. USA: 2005.

- [32] ASM Engineering Bookshelf - Source Book on Gear Design, Technology and Performance. 1989.
- [33] Google - Disponível em <<http://www.polytechnique.fr>.
- [34] Google - Disponível em <<http://www.ensam.fr/fr>.
- [35] Google - Disponível em <<http://libraries.mit.edu/dspace-mit>.
- [36] Google - Disponível em <<http://www.adina.com>.
- [37] Google - Disponível em <<http://www.kisssoft.ch>.
- [38] Google - Disponível em <<http://www.osa.org>.
- [39] Google - Disponível em <<http://catiatutorial.free.fr>.
- [40] Google - Disponível em <<http://www.catiadesign.org/catia>.
- [41] Google - Disponível em <<http://www.catia.com.pl>.
- [42] Google - Disponível em <<http://gtrebaol.free.fr>.
- [43] Google - Disponível em <<http://www.caddigest.com>.
- [44] Google - Disponível em <<http://www.iso.org>.
- [45] Google - Disponível em <<http://www.din.de>.
- [46] Google - Disponível em <<http://www.agma.org>.
- [47] Google - Disponível em <<http://www.afnor.org>.
- [48] Google - Disponível em <<http://www.texniccenter.org>.
- [49] Google - Disponível em <<http://www.ieeta.pt>.

Apêndice A

Tabelas do capítulo 2

Características das engrenagens com dentado normal exterior		
	Dentado direito	Dentado helicoidal
Passo no círculo primitivo	$p = p_0 = \pi \cdot m_0$	$p_t = p_{t0} = \pi \cdot m_{t0}$
Modulo no círculo primitivo	$m = m_0$	$m_t = m_{t0} = m_0 \div \cos \beta$
Ângulo de pressão	$\alpha = \alpha_0$	$\alpha_t = \alpha_{t0}; \tan \alpha_t = \tan \alpha_0 \div \cos \beta$
Diâmetro primitivo de referência	$d = Z \cdot m_0$	$d = Z \cdot (m_0 \div \cos \beta)$
Diâmetro de base	$d_b = Z \cdot m_0 \cdot \cos \alpha_0$	$d = Z \cdot \frac{m_0}{\cos \beta} \cdot \cos \alpha_{t0}$
Características geométricas do dentado normal		
Altura da cabeça dos dentes (addendum)	$h_{ap} = m_0$	
Altura do pé do dente (dedendum)	$h_{fp} = 1,25 \cdot m_0$	
Altura do dente	$h = 2,25 \cdot m_0$	
Espessura = Intervalo entre dentes	$s_n = \frac{\pi \cdot m_0}{2}$	Aparente: $s_t = \frac{\pi \cdot m_{t0}}{2} = \frac{\pi \cdot m_0}{2 \cdot \cos \beta}$

Figura A.1: Características das engrenagens e geométricas do dentado normal

Características geométricas do dentado exterior corrigido sem variação do entre-eixo		
	Dentado direito	Dentado helicoidal
Altura da cabeça dos dentes (addendum)	<i>Pinhão</i> : $h_{ap} = m_0 \cdot (1+x)$; <i>Roda</i> : $h_{ap} = m_0 \cdot (1-x)$	
Altura do pé do dente (dedendum)	<i>Pinhão</i> : $h_{fp} = m_0 \cdot (1,25-x)$; <i>Roda</i> : $h_{fp} = m_0 \cdot (1,25+x)$	
Altura da cabeça	$h = m_0 \cdot (Z+2+2 \cdot x)$	
Altura do dente	$h = 2,25 \cdot m_0$	
Espessura no círculo primitivo de referência	$s_n = m_0 \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha_0 \right)$	Aparente: $s_t = m_0 \cdot \left(\frac{\pi}{2 \cdot \cos \beta} + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha_{t0} \right)$

Figura A.2: Características geométricas do dentado exterior corrigido sem variação do entre-eixo

Características geométricas para dentado com variação do entre-eixo		
	Dentado direito	Dentado helicoidal
Ângulo de pressão	$\text{inv} \alpha' = \text{inv} \alpha + 2 \cdot \tan \alpha_n \cdot \frac{(x_1+x_2)}{(Z_1+Z_2)}$	$\text{inv} \alpha'_t = \text{inv} \alpha_{t0} + 2 \cdot \tan \alpha_{t0} \cdot \frac{(x_1+x_2)}{(Z_1+Z_2)}$
Entre-eixo	$a' = a \cdot \cos \alpha / \cos \alpha'$	$a' = a \cdot \cos \alpha_t / \cos \alpha'_t$
Módulo	$m' = m_0 (\cos \alpha_0 / \cos \alpha')$	$m' \cong \frac{2 \cdot a'}{Z_1+Z_2} \cdot \cos \beta_0$

Figura A.3: Características geométricas do dentado direito e helicoidal exterior corrigido, com variação do entre-eixo

Características geométricas do dentado direito exterior corrigido com variação do entre-eixo		
	$a' > a \quad (x_1 + x_2 > 0)$	$a' < a \quad (x_1 + x_2 < 0)$
Espessura dos dentes	$s_1 + s_2 > \pi \cdot m_0$	$s_1 + s_2 < \pi \cdot m_0$
Diâmetro primitivo e Ângulo de pressão	$d'_1 > d_1; \quad d'_2 > d_2$ $\alpha' > \alpha$	$d'_1 < d_1; \quad d'_2 < d_2$ $\alpha' < \alpha$
Altura do dente	$h = m_0 \cdot (2,25 - k)$	
Diâmetro da cabeça	$d_a = m_0(Z + 2 + 2 \cdot x - 2 \cdot k)$	
K (factor de compensação ente a altura da cabeça do dente e a folga necessária no fundo do dente)	$k = \frac{Z_1 + Z_2}{2} \cdot \left(\left(2 \cdot \frac{x_1 + x_2}{Z_1 + Z_2} \right) - \left(\frac{a'}{a} - 1 \right) \right)$	

Figura A.4: Características geométricas do dentado direito exterior corrigido com variação do entre-eixo

Características geométricas do dentado helicoidal exterior corrigido com variação do entre-eixo		
	$a' > a$ $(x_1 + x_2 > 0)$	$a' < a$ $(x_1 + x_2 < 0)$
Espessura dos dentes	$s_{n1} + s_{n2} > \pi \cdot (m_0 \div \cos \beta)$	$s_{n1} + s_{n2} < \pi \cdot (m_0 \div \cos \beta)$
Diâmetro primitivo e Ângulo de pressão	$d'_1 > d_1; \quad d'_2 > d_2$ $\alpha'_t > \alpha_{t0}$	$d'_1 < d_1; \quad d'_2 < d_2$ $\alpha'_t < \alpha_{t0}$
Altura do dente	$h = m_0 \cdot (2,25 - k)$	
Diâmetro da cabeça	$d_a = m_0 \left(\frac{Z}{\cos \beta} + 2 + 2 \cdot x - 2 \cdot k \right)$	
K (factor de compensação ente a altura da cabeça do dente e a folga necessária no fundo do dente)	$k = \frac{Z_1 + Z_2}{2} \cdot \left(\left(2 \cdot \frac{x_1 + x_2}{Z_1 + Z_2} \right) - \frac{(a'/a) - 1}{\cos \beta_0} \right)$	

Figura A.5: Características geométricas do dentado helicoidal exterior corrigido com variação do entre-eixo

Apêndice B

Tabelas do capítulo 4

Tolerâncias de forma para as superfícies de referência no controlo e de montagem funcional			
Definição do eixo	Características		
	Circularidade	Cilindricidade	Planicidade
Duas superfícies de referência cilíndricas ou cónicas curtas	$\min\left(0,04 \cdot \frac{L}{b} \cdot F_p; 0,1 \cdot F_p\right)$		
Uma superfície de referência cilíndrica ou cónica longas		$\min\left(0,04 \cdot \frac{L}{b} \cdot F_p; 0,1 \cdot F_p\right)$	
Uma superfície cilíndrica curta e uma face lateral	$0,06 \cdot F_p$	$0,06 \cdot \left(\frac{D_d}{b}\right) \cdot F_p$	
Tolerâncias de excentricidade das superfícies de montagem			
Definição do eixo	Excentricidade		
	Radial	Axial	
Superfície de referência cilíndrica ou cónica	$\max\left(0,15 \cdot \frac{L}{b} \cdot F_p; 0,3 \cdot F_p\right)$		
Uma superfície cilíndrica e uma face lateral, de referência	$0,3 \cdot F_p$	$0,2 \cdot \left(\frac{D_d}{b}\right) \cdot F_p$	

Figura B.1: Tolerâncias de forma e de excentricidade para as superfícies de referência e de montagem

Fórmulas preconizadas para cálculo dos erros admissíveis dos dentados (classe de precisão 5)	
Erro total do perfil	$F_{\alpha} = 3,2 \cdot \sqrt{m_n} + 0,22 \cdot \sqrt{d} + 0,7$
Erro de forma do perfil	$f_{f\alpha} = 2,5 \cdot \sqrt{m_n} + 0,17 \cdot \sqrt{d} + 0,5$
Erro de inclinação do perfil	$f_{H\alpha} = 2 \cdot \sqrt{m_n} + 0,14 \cdot \sqrt{d} + 0,5$
Erro total da hélice	$F_{\beta} = 0,1 \cdot \sqrt{d} + 0,63 \cdot \sqrt{b} + 4,2$
Erros de forma $f_{f\alpha}$ e de inclinação da hélice $f_{H\alpha}$	$f_{f\beta} = f_{H\beta} = 0,07 \cdot \sqrt{d} + 0,45 \cdot \sqrt{b} + 3$
Erro individual do passo circular aparente	$f_{pt} = 0,3 \cdot (m_n + 0,4 \cdot \sqrt{d}) + 4$
Erro acumulado do passo num sector de k passos	$F_{pk} = f_{pt} + 1,6 \cdot \sqrt{(k-1) \cdot m_n}$
Erro total da divisão	$F_p = 0,3 \cdot m_n + 1,25 \cdot \sqrt{d} + 7$
Erro de salto de dente tangencial Valor de k	$f'_i = k \cdot (9 + 0,3 \cdot \sqrt{m_n} + 3,2 \cdot \sqrt{m_n} + 0,34 \cdot \sqrt{d})$ $k = 0,2 + \frac{\varepsilon_\gamma + 4}{\varepsilon_\gamma}; \text{ para } \varepsilon_\gamma < 4$ $k = 0,4; \text{ para } \varepsilon_\gamma \geq 4$
Erro composto radial	$F'_i = 3,2 \cdot m_n + 1,01 \cdot \sqrt{d} + 6,4$
Erro de salto de dente radial	$f'_i = 2,96 \cdot m_n + 0,01 \cdot \sqrt{d} + 0,8$
Falso redondo radial	$F_r = 0,24 \cdot m_n + \sqrt{d} + 5,6$
Erro de inclinação dos eixos (plano comum aos eixos)	$f_{\Sigma\delta} = \frac{L}{b} \cdot f_{H\beta}$
Desvio do entre eixo	$\Delta a = \Delta J_n / 2 \cdot \sin \alpha$
Erro de desvio dos eixos (plano normal ao plano comum aos eixos)	$f_{\Sigma\beta} = 0,5 \cdot \frac{L}{b} \cdot f_{H\beta}$

Figura B.2: Fórmulas para cálculo dos erros admissíveis dos dentados (1)

Entre eixo de funcionamento no controlo radial	$\alpha'' = ((Z_I + Z_L) \cdot m_t) / (2 \cdot (\cos \alpha_t / \cos \alpha''))$
Involuta do ângulo de pressão de funcionamento no controlo radial	$\text{inv} \alpha'' = \text{inv} \alpha_t + 2 \cdot \tan \alpha_n \cdot (X_I'' + X_L) / (X_I + X_L)$
Coefficiente de desvio da roda dentada no controlo radial	$X_I'' = ((S_n + E_{sk}) / (m_n \cdot \pi / 2)) / (2 \cdot \tan \alpha_n)$
Desvio da espessura dos dentes	Normalmente admitido $E_{sk} = 0$

Figura B.3: Fórmulas para cálculo dos erros admissíveis dos dentados (2)

Apêndice C

Planos do capítulo 6

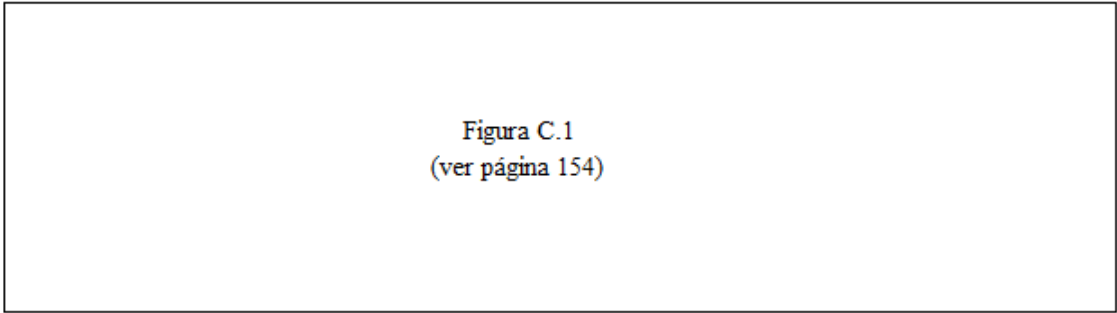


Figura C.1
(ver página 154)

Figura C.1: Montagens dos ensaios de holografia

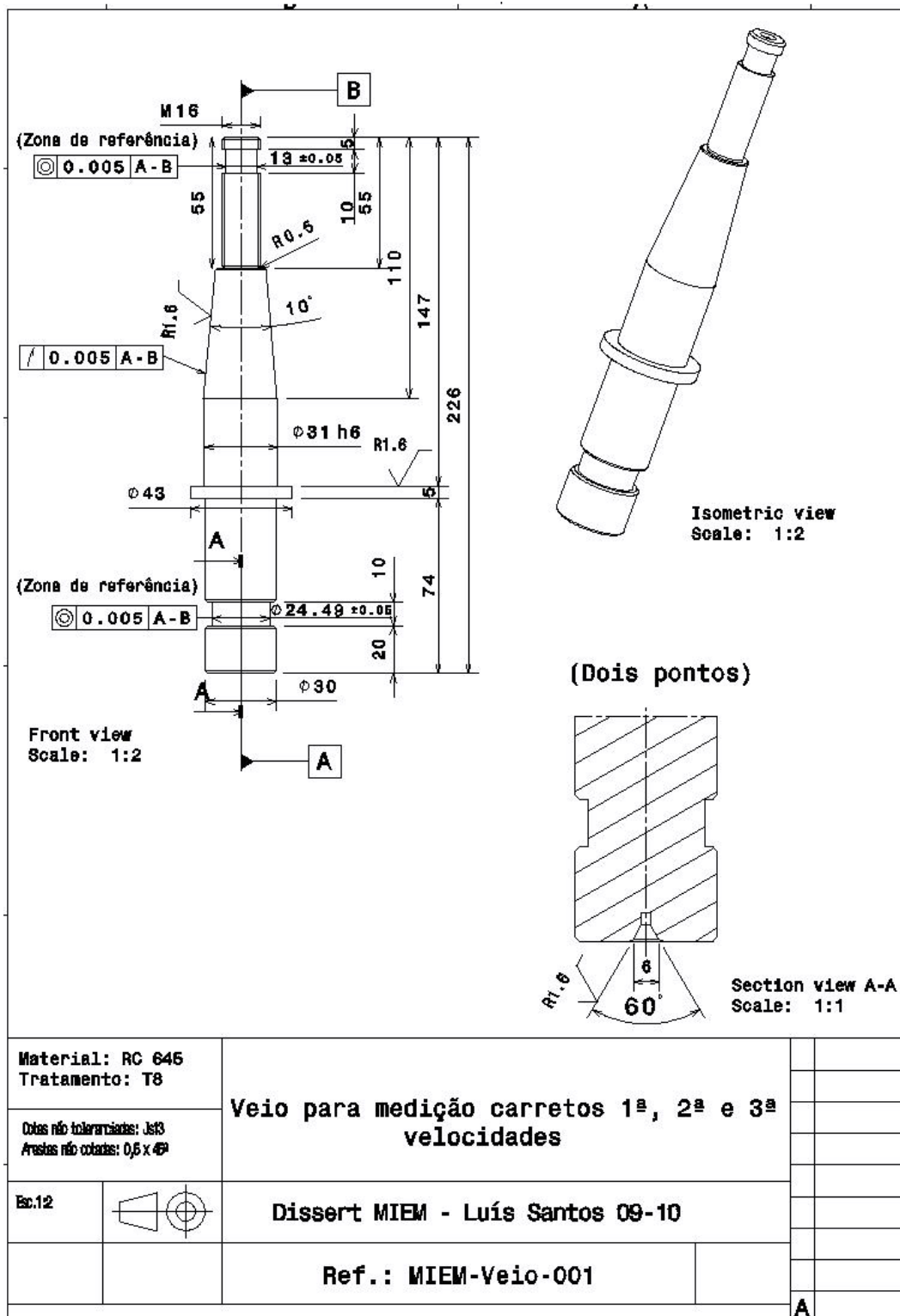


Figura C.2: Veio de apoio rodas

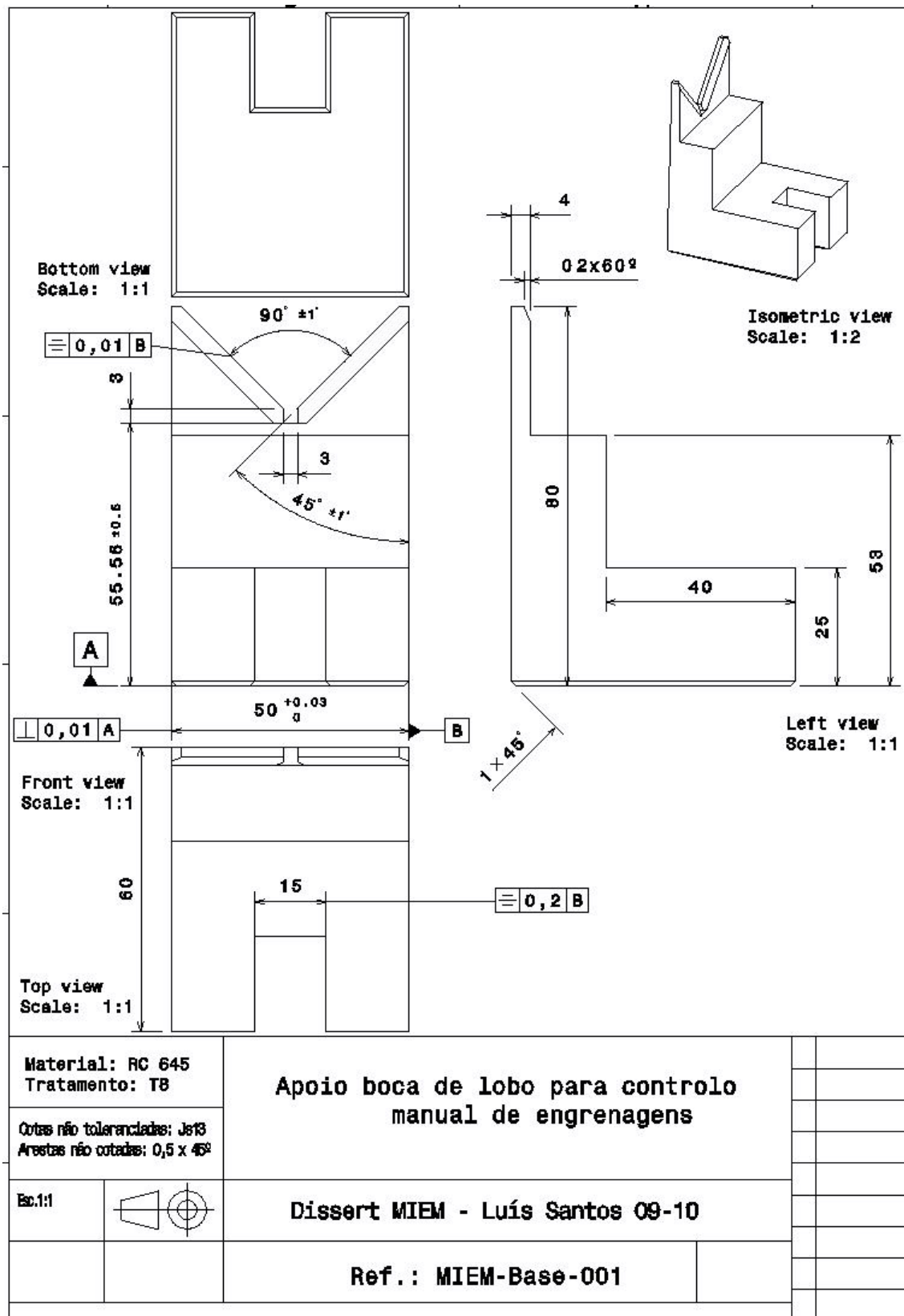


Figura C.3: Base de apoio boca de lobo

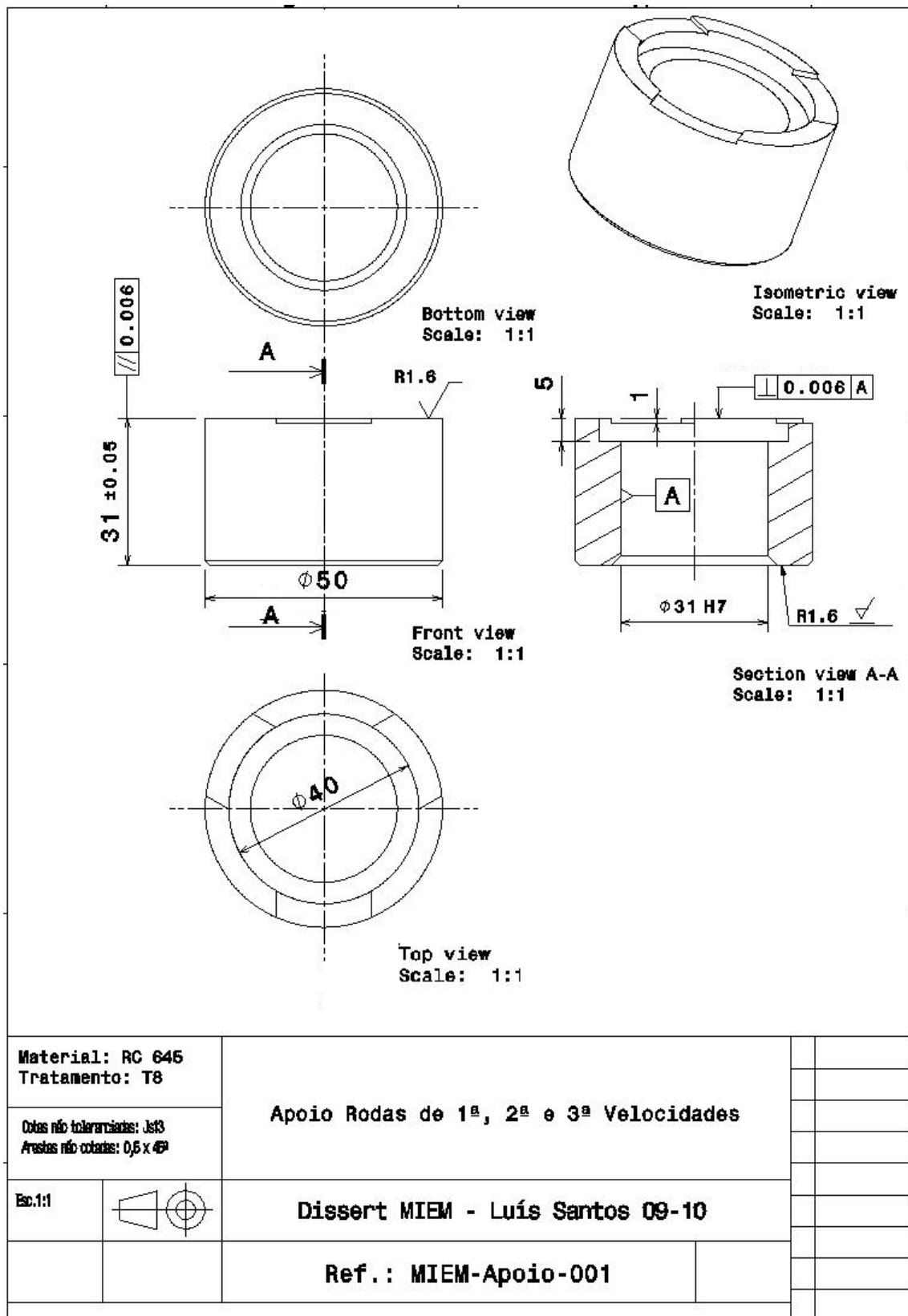


Figura C.4: Apoios das rodas
157

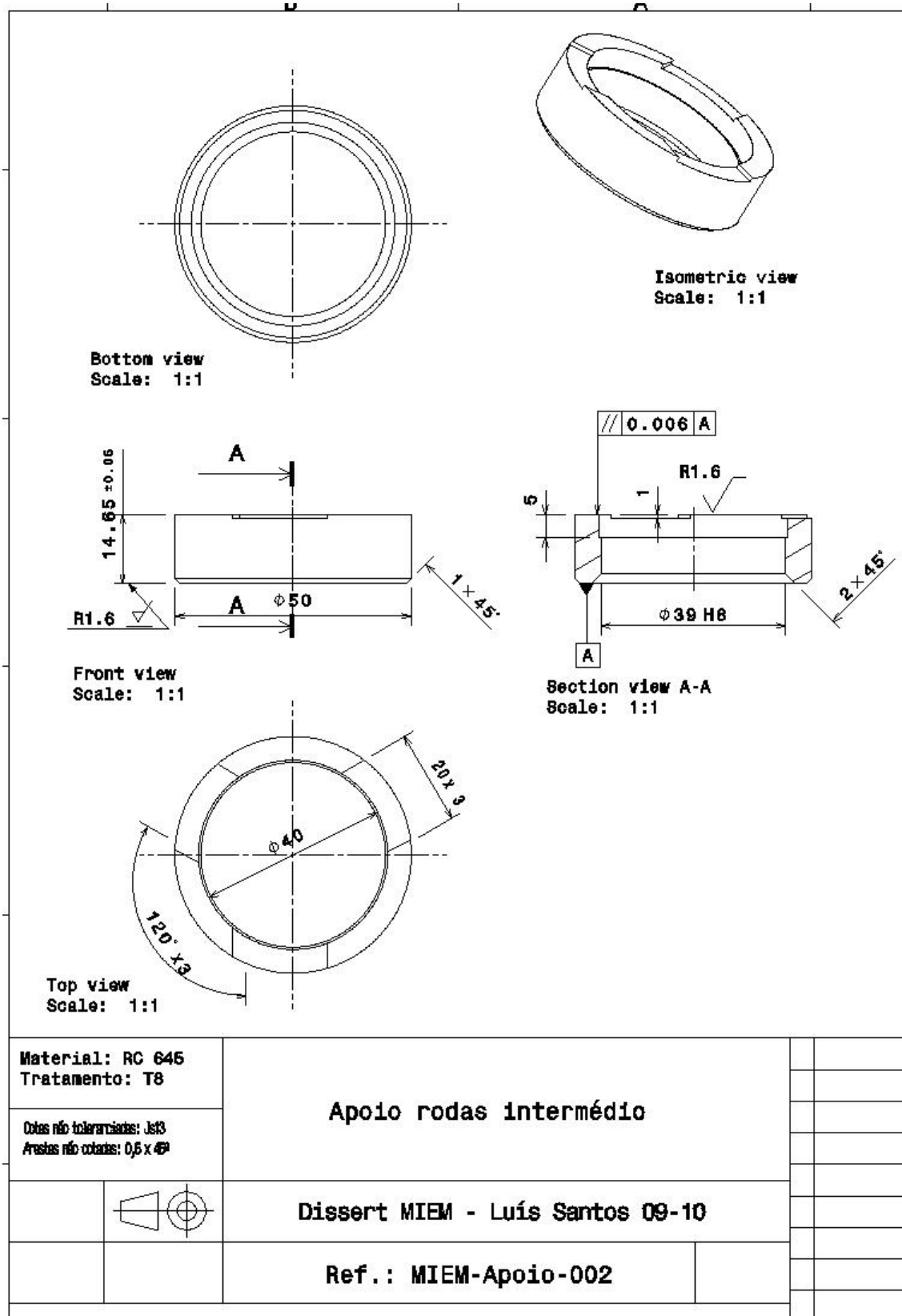


Figura C.5: Apoios das rodas

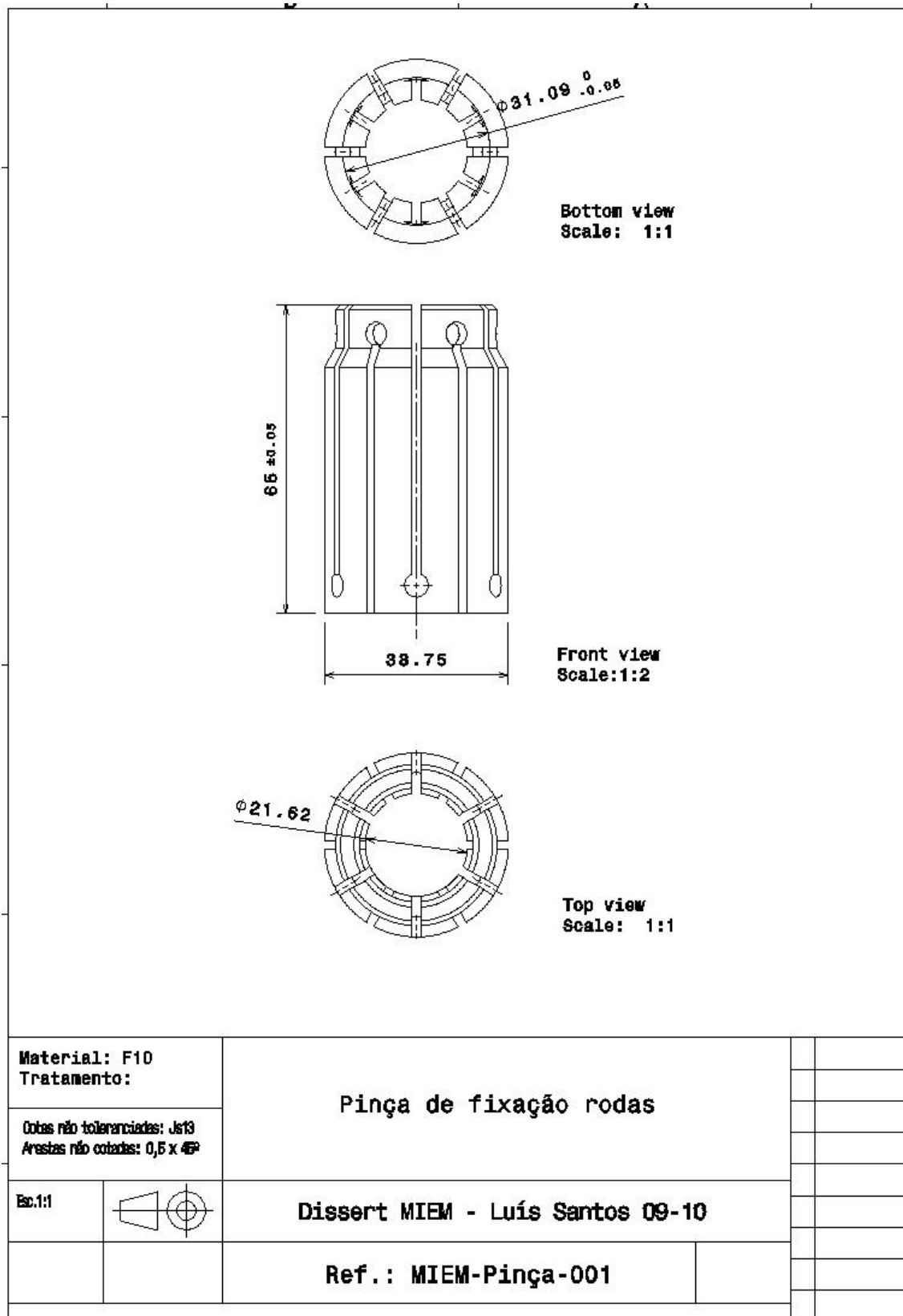


Figura C.6: Pinça de fixação Rodas

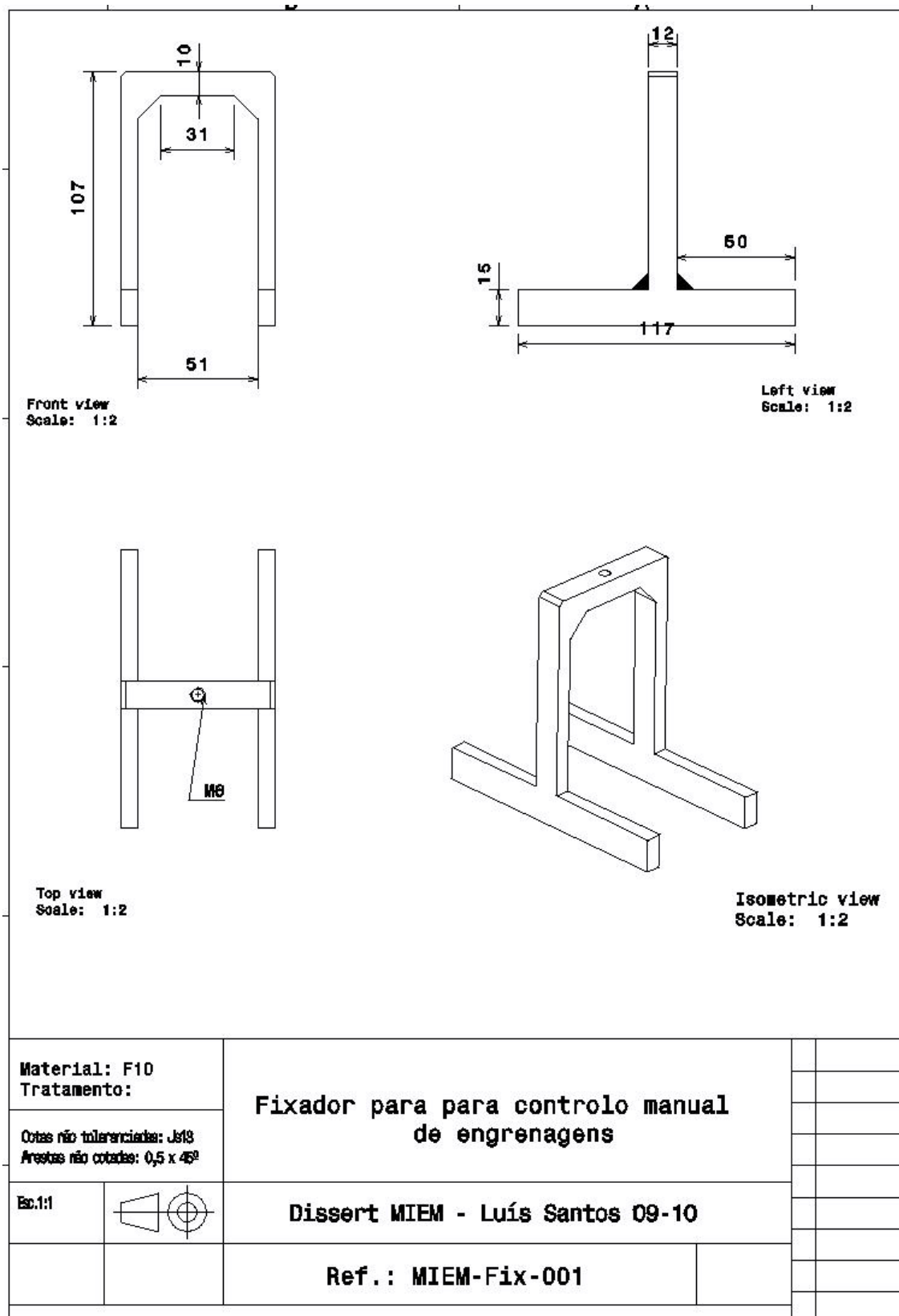


Figura C.7: Prisão de limitação dos veios

Apêndice D

ANEXOS

D.1 Anexos - Capítulo 2 [1]

20°

m	Inv.	D	m	Inv.	D
0	0,014 904	39	30	0,016 092	41
1	943	39	31	133	41
2	982	39	32	174	41
3	0,015 020	38	33	215	40
4	059	39	34	255	41
5	0,015 098	39	35	0,016 296	41
6	137	39	36	337	42
7	176	39	37	379	41
8	215	39	38	420	41
9	254	39	39	461	41
10	0,015 293	40	40	0,016 502	42
11	333	39	41	544	41
12	372	39	42	585	42
13	411	39	43	627	42
14	451	40	44	669	41
15	0,015 490	39	45	0,016 710	42
16	530	40	46	752	42
17	570	40	47	794	42
18	609	39	48	836	42
19	649	40	49	878	42
20	0,015 685	40	50	0,016 920	42
21	729	40	51	962	42
22	769	40	52	0,017 004	43
23	809	41	53	047	42
24	850	40	54	089	43
25	0,015 890	40	55	0,017 132	42
26	930	41	56	174	43
27	971	41	57	217	42
28	0,016 011	41	58	259	43
29	052	40	59	302	43
30	0,016 092	40	60	0,017 345	43

21°

m	Inv.	D	m	Inv.	D
0	0,017 345	43	30	0,018 685	45
1	388	43	31	710	45
2	431	43	32	755	45
3	474	43	33	800	46
4	517	43	34	846	45
5	0,017 590	43	35	0,018 891	46
6	603	43	36	937	46
7	647	44	37	983	46
8	690	43	38	0,019 028	45
9	734	44	39	074	46
10	0,017 777	43	40	0,019 120	46
11	821	44	41	168	46
12	865	44	42	212	46
13	909	43	43	258	48
14	952	44	44	304	46
15	0,017 996	44	45	0,019 350	47
16	0,018 040	44	46	397	47
17	084	45	47	443	47
18	129	45	48	490	47
19	173	44	49	536	46
20	0,018 217	44	50	0,019 583	47
21	262	45	51	630	47
22	306	44	52	676	46
23	351	45	53	723	47
24	395	44	54	770	47
25	0,018 440	45	55	0,019 817	47
26	485	45	56	864	48
27	530	45	57	912	47
28	575	45	58	959	48
29	620	45	59	0,020 007	48
30	0,018 665	45	60	0,020 054	47

Figura D.1: Tabelas das involutas (1)

22°

m	Inv.	D	m	Inv.	D
0	0,020 054	47	30	0,021 514	50
1	101	48	31	564	50
2	140	48	32	614	51
3	197	47	33	665	50
4	244	48	34	715	50
5	0,020 292	48	35	0,021 765	50
6	340	48	36	815	51
7	388	48	37	866	50
8	436	48	38	916	51
9	484	49	39	967	51
10	0,020 533	48	40	0,022 016	50
11	581	48	41	068	51
12	629	49	42	119	51
13	678	48	43	170	51
14	726	49	44	221	51
15	0,020 775	49	45	0,022 272	52
16	824	49	46	324	51
17	873	48	47	375	51
18	921	49	48	426	52
19	970	49	49	478	51
20	0,021 019	50	50	0,022 529	52
21	059	49	51	581	52
22	118	49	52	633	51
23	167	50	53	684	52
24	217	48	54	736	52
25	0,021 266	50	55	0,022 788	52
26	316	49	56	840	52
27	365	50	57	892	52
28	415	50	58	944	53
29	465	49	59	997	52
30	0,021 514	60	60	0,023 049	52

23°

m	Inv.	D	m	Inv.	D
0	0,02 3019	53	30	0,02 4860	55
1	3102	52	31	4715	55
2	3154	53	32	4770	55
3	3207	52	33	4825	58
4	3259	53	34	4881	55
5	0,02 3312	53	35	0,02 4936	55
6	3365	53	36	4991	55
7	3418	53	37	5047	56
8	3471	53	38	5103	56
9	3524	53	39	5159	56
10	0,02 3577	53	40	0,02 5214	55
11	3631	53	41	5270	56
12	3684	54	42	5326	56
13	3738	53	43	5382	57
14	3791	54	44	5439	56
15	0,02 3845	54	45	0,02 5495	56
16	3899	53	46	5551	57
17	3952	54	47	5608	56
18	4006	54	48	5664	57
19	4060	54	49	5721	56
20	0,02 4114	55	50	0,02 5777	57
21	4169	54	51	5834	57
22	4223	55	52	5891	57
23	4277	55	53	5948	57
24	4332	54	54	6005	57
25	0,02 4386	55	55	0,02 6062	58
26	4441	55	56	6120	57
27	4495	55	57	6177	58
28	4550	55	58	6235	57
29	4605	55	59	6292	58
30	0,02 4660	55	60	0,02 6350	58

Figura D.2: Tabelas das involutas (2)

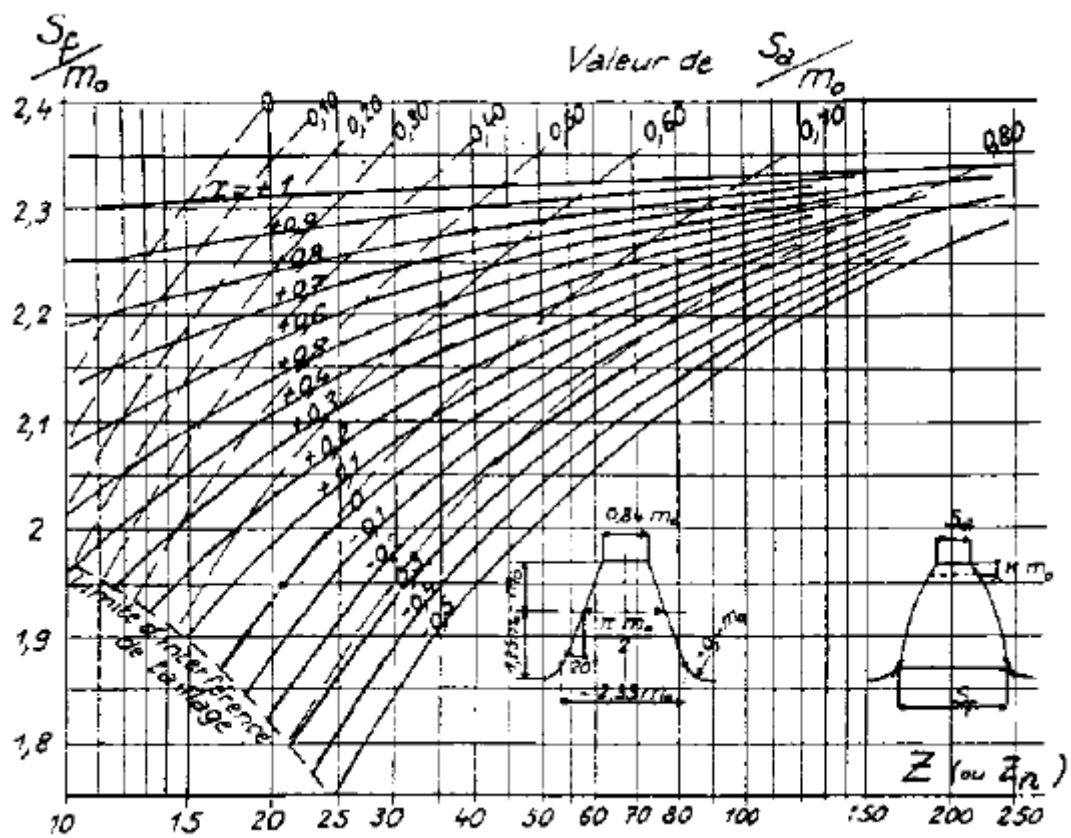


Figura D.3: Preconizações ISO sobre soma dos desvios

D.2 Anexos - Capítulo 3

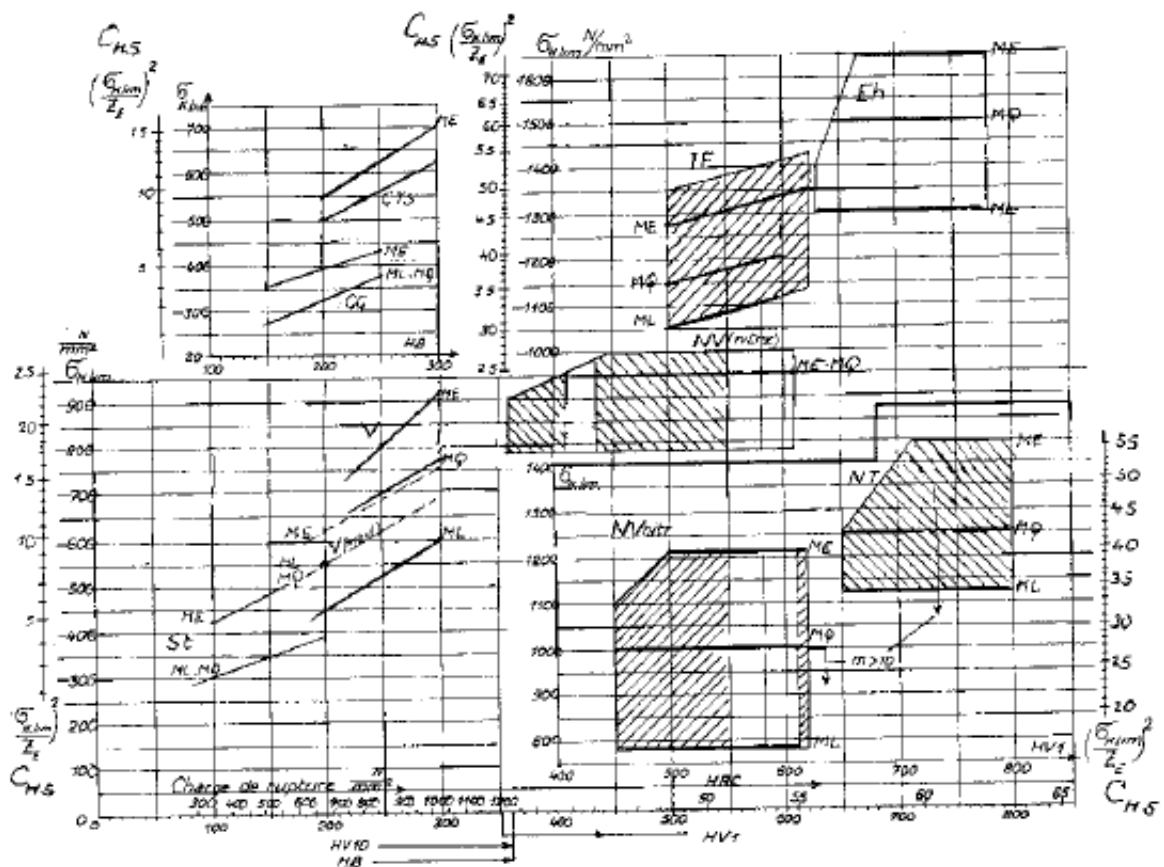


Figura D.4: Tabela de selecção do limite de resistência para a pressão de Hertz do material σ_{Hlim}

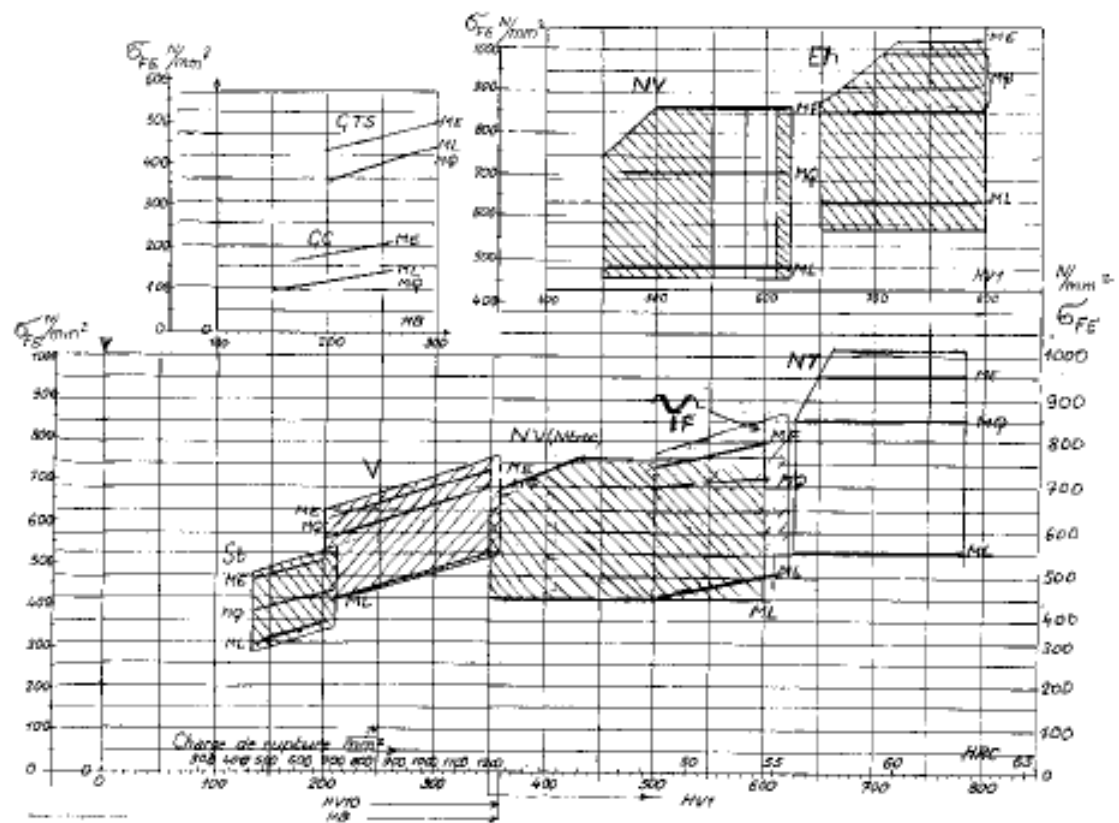


Figura D.5: Tabela de selecção do factor de resistência do material σ_{FE} , em função dos três tipos de qualidade, baixa, média e alta

D.3 Anexos - Capítulo 4

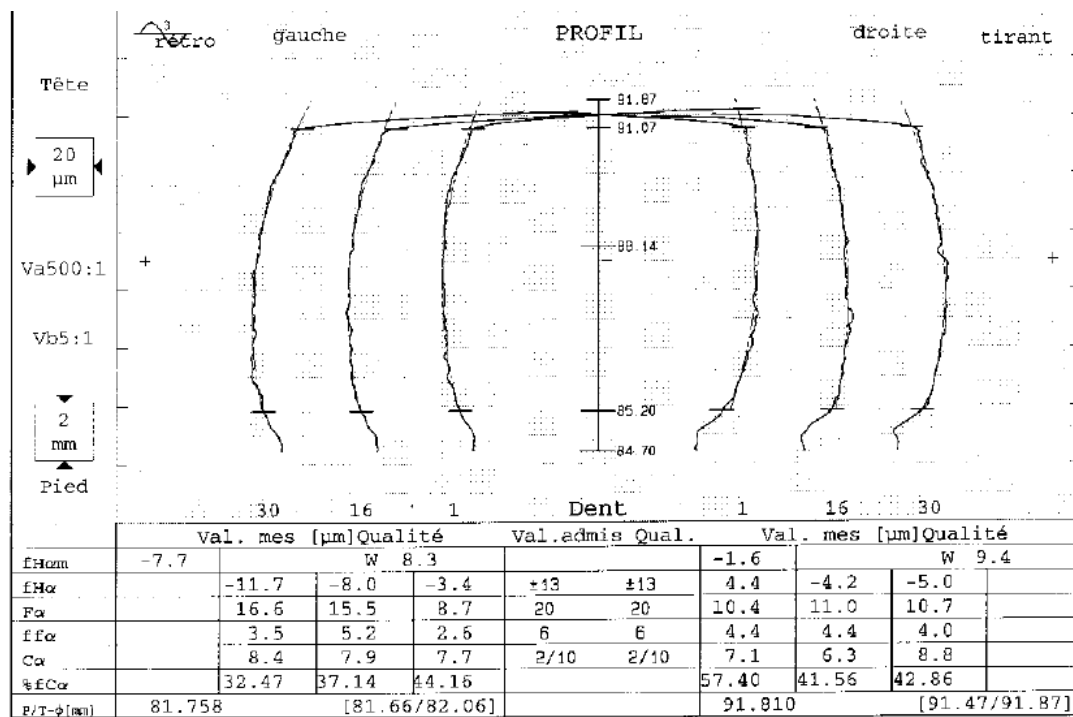


Figura D.6: Controle do perfil

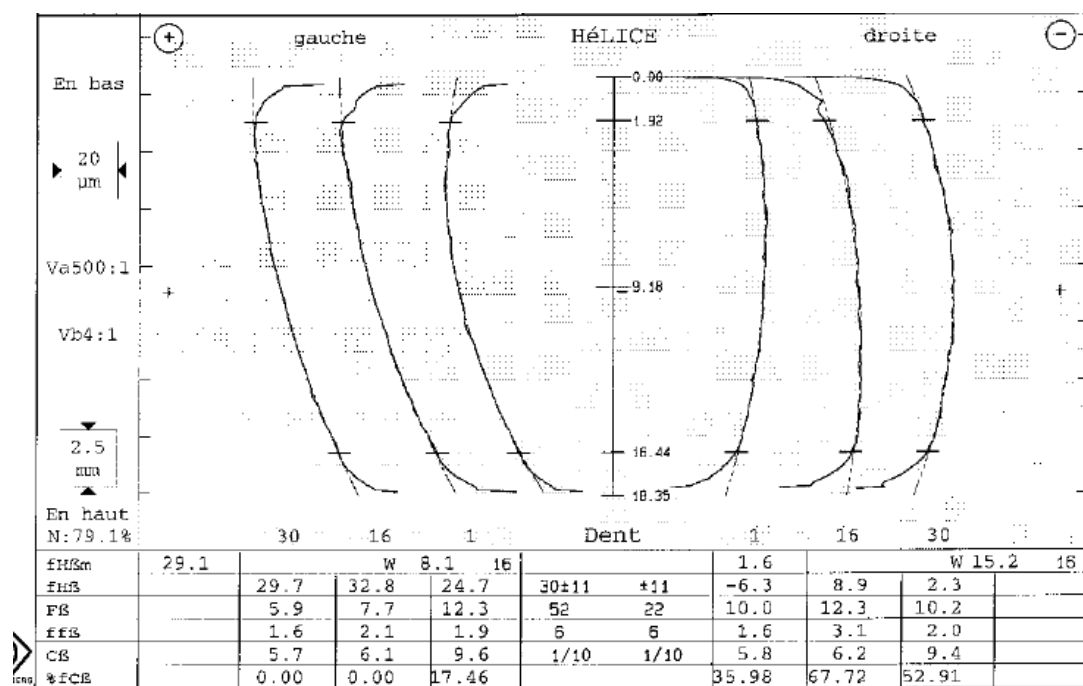


Figura D.7: Controlo da hélice

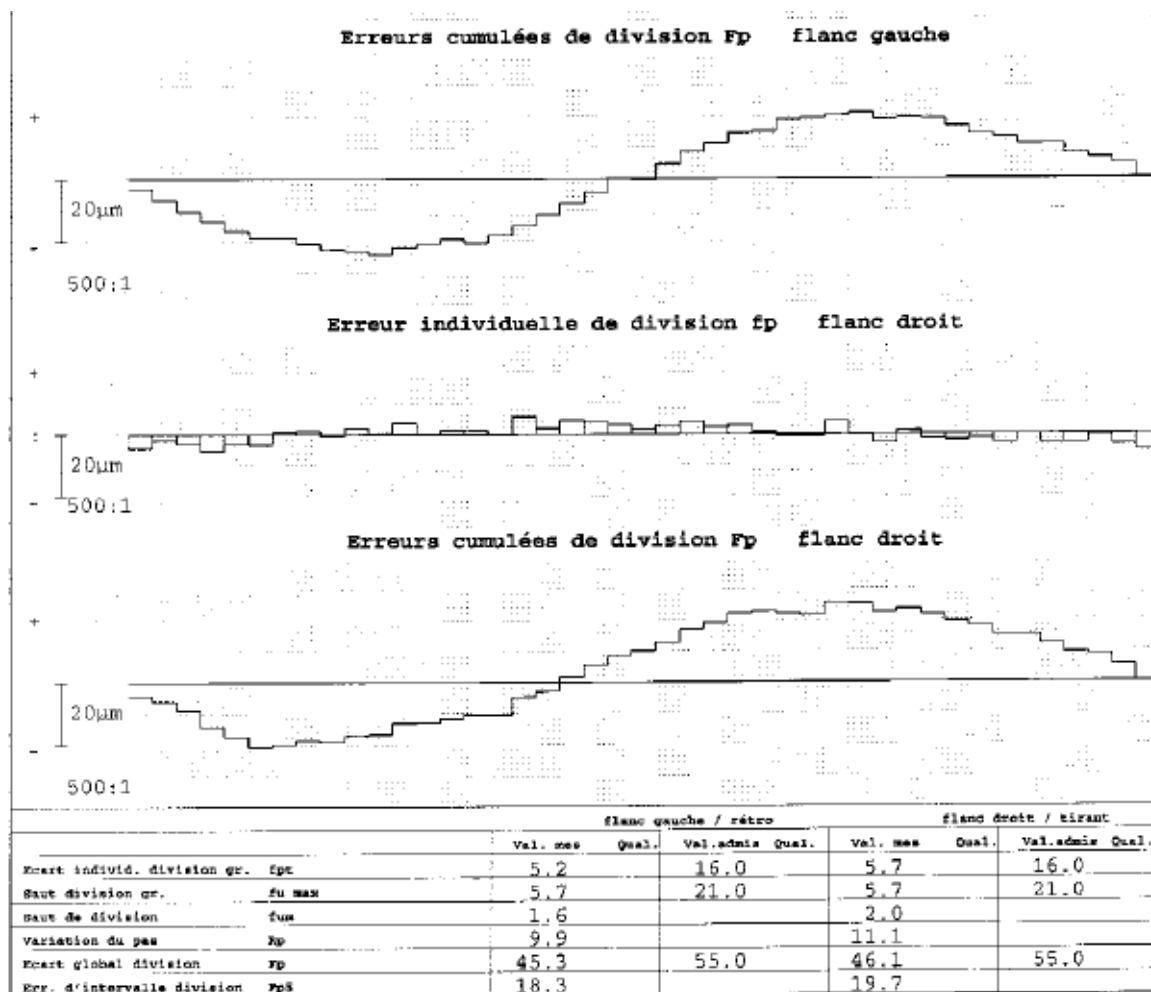


Figura D.8: Controlo da divisão

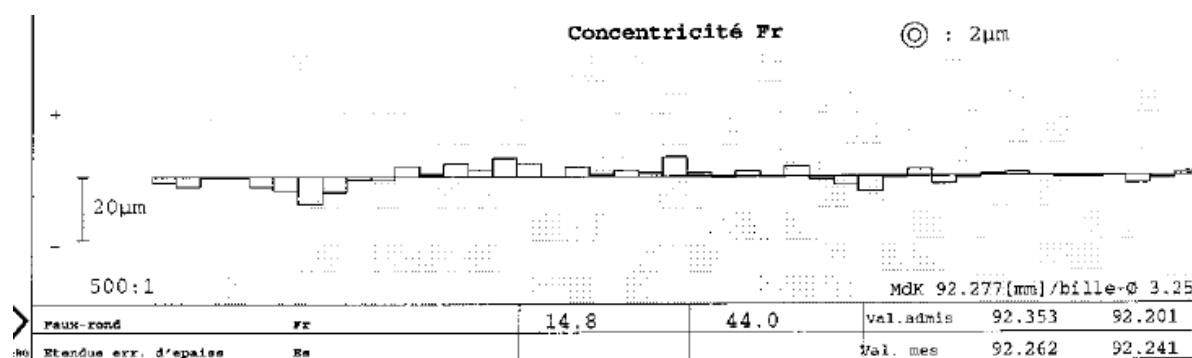


Figura D.9: Controlo do falso redondo ou batimento radial

D.4 Anexos - Capítulo 6

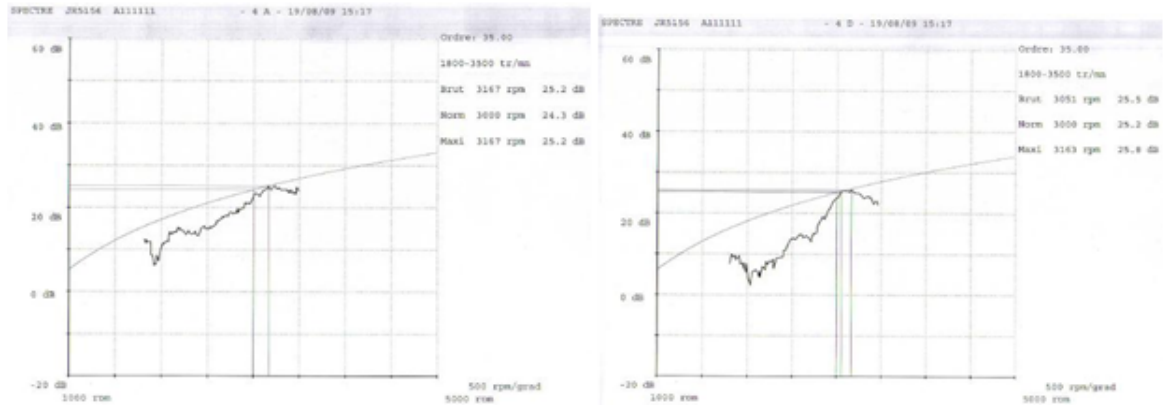


Figura D.10: Níveis de ruído com engrenagem de quarta velocidade - em aceleração (esquerda) e desaceleração (direita)

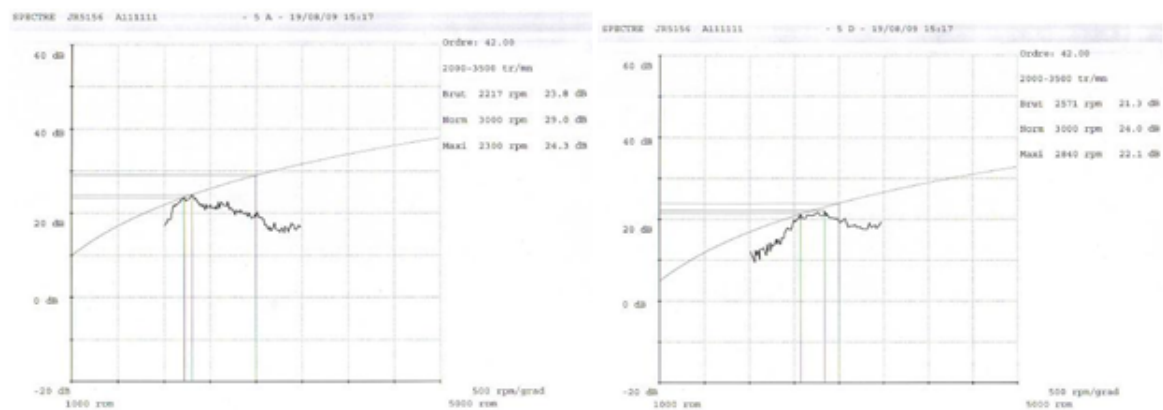


Figura D.11: Níveis de ruído com engrenagem de quinta velocidade - em aceleração (esquerda) e desaceleração (direita)